

## Hvor er bygningskapitalen i ADAM's faktorblok?

### Resumé:

*I ADAM-bogen opstilles et efterspørgselssystem for de 4 produktionsfaktorer (maskinkapital, arbejdskraft, energi og materialer), mens efterspørgslen efter den 5. produktionsfaktor i ADAM, bygningskapitalen, bestemmes separat. Der foretages dog visse forenklinger fra de teoretiske efterspørgselsrelationer til de faktisk estimerede.*

*I dette papir vises det, at de nuværende efterspørgselsrelationer for alle 5 faktorer - med visse forenklinger - kan opfattes som efterspørgselsrelationer udledt fra en produktionsfunktion, der også indeholder bygningskapitalen.*

---

AAN26N01.WPD

Nøgleord: Bygningskapital, faktorefterspørgsel, CES, nestningsstruktur

*Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## 1. Indledning

I dette papir undersøger vi, om vores nuværende estimation af efterspørgslerne efter de 5 produktionsfaktorer, jf. tabel 1, kan betragtes som estimationen i et nestet 5-faktor system, hvori bygningskapitalen indgår. I afsnit 2 ses på teorien bag vores nuværende 4-faktor system. I afsnit 3 redegøres der kort for, hvilke forenklinger vi gør nu for at estimere systemet. Afsnit 4 viser, at 5-faktorsystemet, teoretisk set, er en naturlig udvidelse af 4-faktor systemet. Afsnit 5 ridser kort op, hvilke forenklinger der må gøres i 5-faktor systemet, samt sammenligner disse med forenklingerne i 4-faktor systemet. Afsnit 6 konkluderer papiret.

Bemærk, at vi i dette papir, for at gøre udregningerne mere overskuelige, ser bort fra effektivitetsindeks, hvilket dog ikke påvirker de pointer, vi vil trække frem her.

**Tabel 1. Produktionsfaktorer i ADAM**

Faktor	Betegnelse	ADAM-variabel
Maskinkapital	K	fKm
Arbejdskraft	L	HQ
Energi	E	fVe
Bygningskapital	B	fKb
Materialer	M	fVm

## 2. Teorien bag det nuværende 4-faktor system

Faktorefterspørgselsligningerne i ADAM udledes på baggrund af en nestet CES-produktionsfunktion med konstant skalaafkast og nestningsstruktur  $((KL)E)-M$ , hvor der er tilsat effektivitetsindeks, som dog udelades her. Det bemærkes, at det med denne nestningsstruktur er antaget, at  $K$ ,  $L$  og  $E$  er stærkt separable fra  $M$ . Dermed reduceres den yderste CES-funktion til følgende Leontief funktion, hvor  $Y$  er produktionen.

$$Y = \min(\kappa_1 Y_{KLE}, \kappa_2 M), \quad \kappa_1 > 0, \kappa_2 > 0 \quad (1)$$

De optimale niveauer for  $K$ ,  $L$  og  $E$  bestemmes ved omkostningsminimering. Da  $E$  yderligere antages svagt separabel fra  $K$  og  $L$ , kan dette problem løses i to trin.  $K$ ,  $L$  og  $E$  kan, pga. (1), bestemmes uafhængig af niveauet for  $M$ , hvilket giver følgende optimeringsproblem:

$$\begin{aligned} & \min (P_K \cdot K + P_L \cdot L + P_E \cdot E) \\ & \text{st } Y = \kappa_1 \cdot Y_{KLE}, \quad \kappa_1 > 0 \end{aligned}$$

hvor

$$Y_{KLE} = \left[ \delta_2 Y_{KL}^{\frac{\sigma_2-1}{\sigma_2}} + (1 - \delta_2) E^{\frac{\sigma_2-1}{\sigma_2}} \right]^{\frac{\sigma_2}{\sigma_2-1}}, \quad \sigma_2 > 0, \quad 0 < \delta_2 < 1 \quad (2)$$

$$Y_{KL} = \left[ \delta_1 K^{\frac{\sigma_1-1}{\sigma_1}} + (1 - \delta_1) L^{\frac{\sigma_1-1}{\sigma_1}} \right]^{\frac{\sigma_1}{\sigma_1-1}}, \quad \sigma_1 > 0, \quad 0 < \delta_1 < 1 \quad (3)$$

Her er  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$  substitutionselasticiteter, mens  $\delta_1$  og  $\delta_2$  er skaleringsparametre. Løsningen til dette problem er nærmere beskrevet i EDM24596, hvor de optimale niveauer for det inderste nest bliver:

$$K^* = Y_{KL} \delta_1^{\sigma_1} \left( \frac{P_K}{P_{KL}} \right)^{-\sigma_1} \quad (4)$$

$$L^* = Y_{KL} (1 - \delta_1)^{\sigma_1} \left( \frac{P_L}{P_{KL}} \right)^{-\sigma_1} \quad (5)$$

med

$$P_{KL} = \left[ \delta_1^{\sigma_1} P_K^{1-\sigma_1} + (1 - \delta_1)^{\sigma_1} P_L^{1-\sigma_1} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_1}} \quad (6)$$

og for det yderste nest

$$E^* = \frac{Y}{K_1} (1 - \delta_2)^{\sigma_2} \left( \frac{P_E}{P_{KLE}} \right)^{-\sigma_2} \quad (7)$$

$$Y_{KL}^* = \frac{Y}{K_1} \delta_2^{\sigma_2} \left( \frac{P_{KL}}{P_{KLE}} \right)^{-\sigma_2} \quad (8)$$

4

med

$$P_{KLE} = \left[ \delta_2^{\sigma_2} P_{KL}^{1-\sigma_2} + (1 - \delta_2)^{\sigma_2} P_E^{1-\sigma_2} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_2}} \quad (9)$$

Med dette optimale niveau for  $Y_{KL}$  fås

$$K^* = Y_{KL}^* \delta_1^{\sigma_1} \left( \frac{P_K}{P_{KL}} \right)^{-\sigma_1} \quad (10)$$

$$L^* = Y_{KL}^* (1 - \delta_1)^{\sigma_1} \left( \frac{P_L}{P_{KL}} \right)^{-\sigma_1} \quad (11)$$

### 3. Konkrete faktorefterspørgselsligninger i ADAM

I praksis løber man ofte ind i problemer, hvis man forsøger at estimere ovenstående ligninger i et samlet simultant system. Derfor foretager vi i øjeblikket visse forenklinger for at undgå disse problemer.

I estimationen substitueres  $P_{KL}$  givet ved (6) ind i ligningerne (10) og (11). I henhold til ADAM-bogen og DGR10901 erstattes  $Y_{KL}^*$  i  $K^*$  og  $L^*$  med BFI, hvilket er ADAM-variablen  $fYf$ . I  $E^*$  erstattes  $P_{KLE}$  med BFI-deflatoren, som er ADAM-variablen  $pyf$ .

I henhold til SKP01399 benyttes produktionsværdien  $fX$  for  $Y$ . Andre steder i modelgruppen forsøges det i øjeblikket at benytte et Törnqvist prisindeks for  $P_{KLE}$ . Der henvises her til LNI18d01.

Bygningskapitalen er ikke en integreret del af faktorefterspørgselssystemet. Sidste reestimation af denne findes i LBT20801. Ses der bort fra effektivitetsindeks, findes det optimale niveau for bygningskapitalen ved

$$B^* = fX \cdot \gamma_3 \left( \frac{P_B}{px} \right)^{-\sigma_3} \quad (12)$$

I næste afsnit foretages de teoretiske overvejelser ved at se på bygningskapitalen som en integreret del af faktorefterspørgselssystemet, hvor efter vi i afsnit 5 redegør kort for, hvilke forenklinger vi må gøre for at få et ligningssystem, der minder om det nuværende beskrevet ovenfor.

#### 4. Inddragelse af bygningskapitalen

Vi udleder nu faktorefterspørgselssystemet på baggrund af en CES-produktionsfunktion med nestningsstruktur  $((((KL)E)B)-M)$ , hvor vi igen antager stærk separabilitet til  $M$ .

Optimeringsproblemet bliver:

$$\begin{aligned} \min & (P_K \cdot K + P_L \cdot L + P_E \cdot E + P_B \cdot B) \\ \text{st } Y &= \kappa_1 \cdot Y_{KLEB}, \quad \kappa_1 > 0 \end{aligned}$$

Med denne nestningsstruktur antager vi, at  $K$ ,  $L$  og  $E$  er svagt separable fra  $B$ , hvorfor de optimale niveauer for disse faktorer bestemmes uafhængigt af  $B$ , og dermed stadig er givet ved ligningerne ovenfor. Dog fås nu

$$Y_{KL}^* = Y_{KLE} \delta_2^{\sigma_2} \left( \frac{P_{KL}}{P_{KLE}} \right)^{-\sigma_2} \quad (13)$$

$$E^* = Y_{KLE} (1 - \delta_2)^{\sigma_2} \left( \frac{P_E}{P_{KLE}} \right)^{-\sigma_2} \quad (14)$$

Som i EDM24596, findes nu det optimale forhold mellem  $Y_{KLE}$  og  $B$ , for fast  $Y_{KLEB}$ , hvorfra de optimale niveauer for  $B$  og  $Y_{KLE}$  fås som

$$B^* = \frac{Y}{\kappa_1} (1 - \delta_3)^{\sigma_3} \left( \frac{P_B}{P_{KLEB}} \right)^{-\sigma_3} \quad (15)$$

$$Y_{KLE}^* = \frac{Y}{\kappa_1} \delta_3^{\sigma_3} \left( \frac{P_{KLE}}{P_{KLEB}} \right)^{-\sigma_3} \quad (16)$$

med

$$P_{KLEB} = \left[ \delta_3^{\sigma_3} P_{KLE}^{1-\sigma_3} + (1 - \delta_3)^{\sigma_3} P_B^{1-\sigma_3} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_3}} \quad (17)$$

Det bemærkes, at 5-faktor tilfældet er en naturlig udvidelse af 4-faktor tilfældet i EDM24596. I næste afsnit sammenligner vi forenklingerne, der må gøres i faktorefterspørgselssystemet med og uden bygningskapital.

## 5. Forenklinger i faktorefterspørgselssystemet med og uden bygningskapital

Det ses af foregående afsnit, at vi for at få et faktorefterspørgselssystem, som svarer til det nuværende, skal erstatte  $Y_{KLE}$  med  $fX$  og  $P_{KLE}$  med  $pyf$  i energiligningen (14). I ligning (15) for bygningskapital skal vi benytte  $fX$  i stedet for  $Y$  og  $px$  for  $P_{KLEB}$ .

Erstatningen i energiligningen af  $Y_{KLE}$ , som er produktionen bestemt af  $K$ ,  $L$  og  $E$ , med  $fX$ , produktionen bestemt af alle faktorer, skal sammenlignes med, at vi før erstattede  $Y$ , produktionen bestemt af  $K$ ,  $L$ ,  $E$  og  $M$ , med  $fX$ . Dermed er forenklingen grovere, når bygningskapitalen er med i systemet.

Derimod er det ganske fornuftigt, at vi i bygningskapitalligningen benytter  $fX$  for  $Y$ , da  $Y$  her er produktionen bestemt af alle faktorer.

## 6. Konklusion

Af afsnit 4 og 5 ser vi, at inddragelsen af bygningskapitalen giver anledning til samme faktorefterspørgselssystem som nu, hvis man gør de samme forenklinger som nu. Disse forenklinger er dog en smule grovere, når bygningskapitalen er med i systemet. Det ses også, at vi, med nestningsstrukturen i afsnit 4 og forenklingerne i afsnit 5, kan estimere bygningskapitalen uafhængigt af resten af systemet. Vi kan hermed konkludere, at måden, vi indtil nu har estimeret faktorefterspørgslerne på, kan betragtes som estimationen af efterspørgslerne i et nestet 5-faktor system, hvor bygningskapitalen indgår.

**Litteratur**

- EDM24596 Edith Madsen: "Udledning af faktorefterspørgselsfunktioner fra tre-faktor "nestet" CES-produktionsfunktion."
- ADAM-bogen ADAM, en model af dansk økonomi, Marts 1995.
- DGR10901 Dorte Grinderslev: "Reestimation af faktorblokken, september 2001."
- SKP01399 Simon Kjær Poulsen : "Reestimation af erhvervenes energiefterspørgsel."
- LNI18d01 Line Brinch-Nielsen: "Forsøg med Törnquist-prisindeks som alternativ prisdeflator i energiligningerne."
- LBT20801 Lars Brømsøe Termansen: "Reestimation af bygningsinvesteringer. ADAM september 2001."