

Estimation af aggregeret produktionsfunktion for private byerhverv

Resumé: Vi prøver at estimere faktorefterspørgslen for private byerhverv under ét. Problemet viser sig at være at finde faktorprisernes effekt på faktorindsatsen, og vi kommer gennem estimationen ved at bruge lidt andre variable end i ADAM's faktorblok.

Nøgleord: Produktionsfunktion.

Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

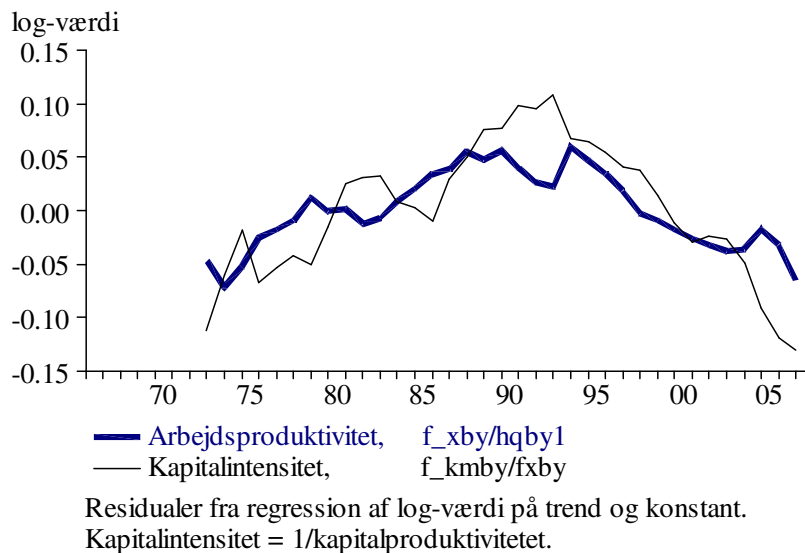
I en foregående note af 1. september (Sammenligning af faktorblok og aggregeret produktionsfunktion for private byerhverv) blev det påvist, at ADAM's faktorblok for 12 byerhverv kunne approksimeres af en aggregeret produktionsfunktion, som vi estimerede med anvendelse af faktorblokkens ønskede beskæftigelse og ønskede kapital. I nærværende note går vi et skridt videre og estimerer en aggregeret produktionsfunktion med faktisk beskæftigelse og kapital.

Den aggregerede produktionsfunktion estimeres loglineært, men estimationsresultatet kan også formuleres som en CES-funktion og kan i det hele taget tolkes som faktorblokkens funktioner inkl. faktortrender.

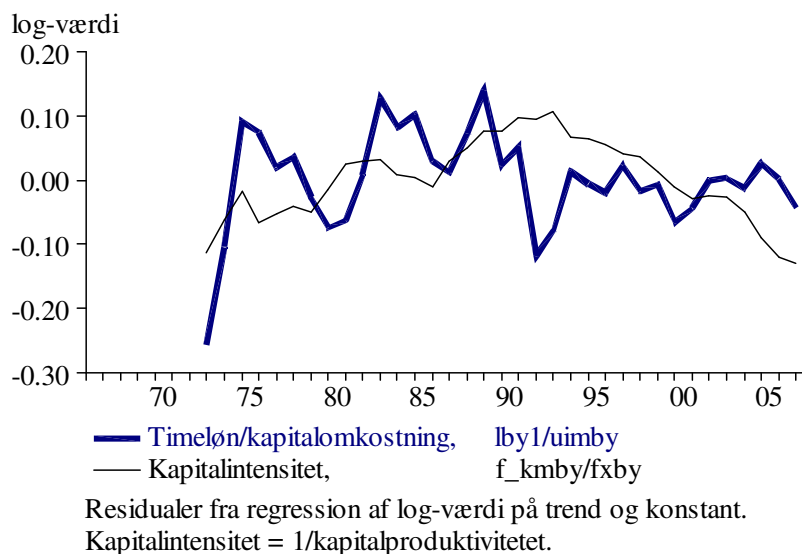
2 Valg af variable

Det er let at se en økonomisk sammenhæng mellem kapital over produktion og arbejdsproduktivitet i data for byerhverv. Jo mere kapital, jo mere produktiv er arbejdskraften, jf. figur 1. De i figuren anvendte variable for byerhverv er timer, $hqby1$, produktionsværdi, f_xby , og bruttokapital, f_kmy . Fastprisstørrelserne er lavet med kædeindeks. Byerhverv omfatter 12 ADAM-brancher: nn, nf, nb, nm, nt, nk, nq, b, qh, qt, qf og qq.

Figur 1 Kapital/produktion og arbejdsproduktivitet i byerhverv



Desværre er det svært at se en tilsvarende økonomisk sammenhæng mellem relativ faktorpris og kapital over produktion, jf. figur 2, der ligesom figur 1 bruger faktorblokkens variabelafgrænsning. Timelønnen, $lby1$, og kapitalomkostningen, $uimby$, er regnet sammen af de 12 ADAM-branchers timeløn og kapitalomkostning.

Figur 2 Relativ faktorpris kapital/produktion

Figur 2 viser, at den relative faktorpris ikke har nogen klar konkav bue, der kunne forklare, at kapital/produktion stiger i forhold til sin trend indtil begyndelsen af 90'erne og derefter falder.

Problemstillingen kan belyses med simple korrelationskoefficienter mellem mål for relativ faktorpris og mål for kapital/produktion.

Tabel 1. Korrelation mellem relativ pris og kapital/produktion

	Bruttokapital/ produktionsværdi	Bruttokapital/BVT	Nettokapital/BVTt
Relativ pris 1	0.24	0.23	0.27
Relativ pris 2	0.30	0.32	0.45
Relativ pris 3	0.70	0.75	0.93

Der er renset for lineær trend. Vi bruger residualen fra regression af log-værdi på konstant og trend.

Relativ pris 1: $lby1/uimby$, defineret som i ADAM's faktoblok

Relativ pris 2: $lby1/(um * p_{kmby})$, hvor um er et bud på usercost-raten.

$$um = ((1 - t_{dsu1} * b_{ivmu}) / (1 - t_{dsu1})) * ((1 - t_{dsu1}) * i_{wlo} - 0.5 * dpe + 0.16);$$

De 0.16 erstatter den nationalregnskabsmæssige afskrivningsrate i $uimby$.

Inflationsleddet dpe beregnes som $.75 * dpe.1 + .25 * dlog(p_{knmby})$. Det reducerer vægten til faktisk prisstigning, og brugen af kapitalpris i st. f. den mere urolige investeringspris giver også dpe et roligt forløb.

Prisen på bruttokapital, p_{kmy} , erstattes af prisen på nettokapital, p_{knmby} , i 3. søjle.

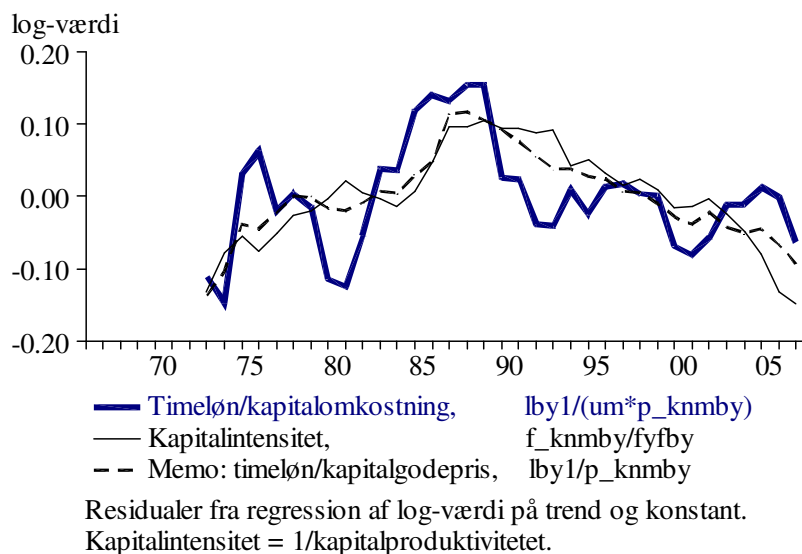
Relativ pris 3: $lby1/p_{kmby}$ og $lby1/p_{knmby}$ i 3. søjle

Prisforhold 3 mellem timeløn og kapitalpris uden inddragelse af rente m.v. har den tætteste korrelation til kapital/produktion. Man kan argumentere for at bruge den enkle relative pris 3, hvis virkighederne baserer sig på simple pay-off-perioder. Det ville på den anden side være en drastisk ændring i tilgangen, så vi vælger at bruge prisforhold 2 samt nettokapital og BVT. Faktorblokkens

data svarer til tabellens 1. søjle i 1. række, og vi går i det følgende over til 3. søjle i 2. række.

Dermed kigger vi på figur 3 nedenfor i stedet for figur 2 på foregående side. Samvariationen mellem den nye kapitalintensitet og timeløn/kapitalomkostning ser ikke væsentlig bedre ud end i figur 2. Som memo viser figur 3 også timeløn/kapitalgodepris svarende til den simple relative pris 3 i tabel 1. Figuren bekræfter prisforhold 3's høje korrelation med kapital/produktion, men vi fortsætter som sagt med timeløn over kapitalomkostning som relativ pris.

Figur 3 Relativ faktorpris kapitalintensitet med ny variabeldefinition



3. Estimation

Vi starter med at estimere en dynamisk relation for byerhvervenes samlede kapitlefterspørgslen og får (1).

$$\begin{aligned}
 \text{dlog}(f_knmby) = & 0.2514 \text{dlog}(f_knmby.1) + 0.3611 \text{dlog}(f_yfby) - 0.4335 \log(f_knmby.1/fyby.1) \\
 & (2.230) \qquad (4.847) \qquad (5.419) \\
 & + 0.07371 \log(lby1.1/(um.1 p_knmby.1)) + 0.01553 \text{trend} \\
 & (2.475) \qquad (4.327) \\
 & - 0.00025 (\text{trend}-1972)**2 - 0.01194 \text{d0507} - 31.4603 \\
 & (4.506) \qquad (1.496) \qquad (4.400)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Sum Sq 0.0020 Std Err 0.0086 LHS Mean 0.0432
R Sq 0.8756 R Bar Sq 0.8434 F 7, 27 27.1507
N=1973-2007 D.W.(1) 2.0278 D.W.(2) 2.2324 H -0.3569
LM Test for AR=1 Chi(1): 0.9206 Jarque-Bera Chi(2): 0.7680

f_knmby nettokapitalapparat i byerhverv
f_yfby BVT i byerhverv
ly1 timeløn i byerhverv
um usercostrate, se note til tabel 1
d0507 dummy = 0 før 2005 og 1 derefter.

Dummyen skal afbalancere brud i de foreløbige nationalregnskabstal. Vi bemærker, at den kvadratiske trend er signifikant og negativ svarende til, at en konkav parabel i tiden er med til at forklare kapital/produktion. Heldigvis er der også et økonomisk forklaringsbidrag fra den relative faktorpris, $\log(lby1/(um.1*p_knmby.1))$.

I relation (1)'s ligevægtsrelation, som relaterer kapital/produktion til relativ faktorpris, har sidstnævnte koefficienten 0.1701 (=0.07371/0.4335). Vi estimerer nu i (2) en ren ligevægtsligning med den relative faktorpris koefficient bundet til 0.1701.

$$\begin{aligned} \log(f_knmby/f_yfby) &= 0.1701 \log(lby1/(um\ p_knmby)) + 0.0355 (\text{trend-1972}) \\ &\quad \text{(NC)} \qquad \qquad \qquad \text{(17.992)} \\ &\quad - 0.00054 (\text{trend-1972})^{**2} - 0.03916\ d0507 - 1.9657 \\ &\quad \text{(9.356)} \qquad \qquad \qquad \text{(1.814)} \qquad \qquad \text{(138.645)} \end{aligned} \quad (2)$$

Sum Sq 0.0196 Std Err 0.0251 LHS Mean -0.4813
R Sq 0.9899 R Bar Sq 0.9889 F 3, 31 1008.15
N=1973-2007 DW(1) 0.9142 DW(2) 1.6164

Udover langsigtsrelationen med kapital/produktion og faktorprisforhold skal vi have fastlagt selve produktionsfunktionen, som knytter faktorindsats og produktion sammen. Vi estimerer en loglineær produktionsfunktion, jf. (3).

$$\begin{aligned} \text{Sum af outputelasticiteter bundet til 1} \\ \log(f_yfby) &= 0.3473 \log(f_knmby) + 0.65268 \log(hqby1) + 0.0090 (\text{trend-1972}) \\ &\quad \text{(3.784)} \qquad \qquad \text{(7.111)} \qquad \qquad \text{(1.152)} \\ &\quad - 0.00009 (\text{trend-1972})^{**2} + 0.03095\ d0507 + 3.4789 \\ &\quad \text{(0.784)} \qquad \qquad \text{(2.424)} \qquad \qquad \text{(10.10)} \end{aligned} \quad (3)$$

Sum Sq 0.0066 Std Err 0.0149 LHS Mean 13.1793
R Sq 0.9964 R Bar Sq 0.9959 F 4, 30 2068.07
N=1973-2007 DW(1) 1.2432 DW(2) 1.7978

Resultatet i (3) virker tilforladelig med relativ høj DW-statistik og outputelasticitet på 1/3 til kapital og 2/3 til arbejdskraft. Tilforladeligheden afspejler, hvad figur 1 viste, nemlig at stor kapital/produktion har været ledsaget af stor arbejdsproduktivitet. Den kvadratiske trend spiller ikke nogen stor rolle i selve produktionsfunktionen i henhold til (3).

Sammenligning med faktorblok

ADAM's faktorblok er formuleret, så de estimerede trender tilregnes arbejdskraft og kapital. Vi kan også formulere vores resultat, så arbejdskraft og kapital får hver sin trend. Udgangspunktet er de estimerede trender i (2) og (3), her inkl. dummyen for brud i 2005.

$$\begin{aligned} (2)\text{trend} &= 0.03554 (\text{trend-1972}) - 0.00054 (\text{trend-1972})^{**2} - 0.03916\ d0507 \\ (3)\text{trend} &= 0.00901 (\text{trend-1972}) - 0.00009 (\text{trend-1972})^{**2} + 0.03095\ d0507 \end{aligned} \quad (4)$$

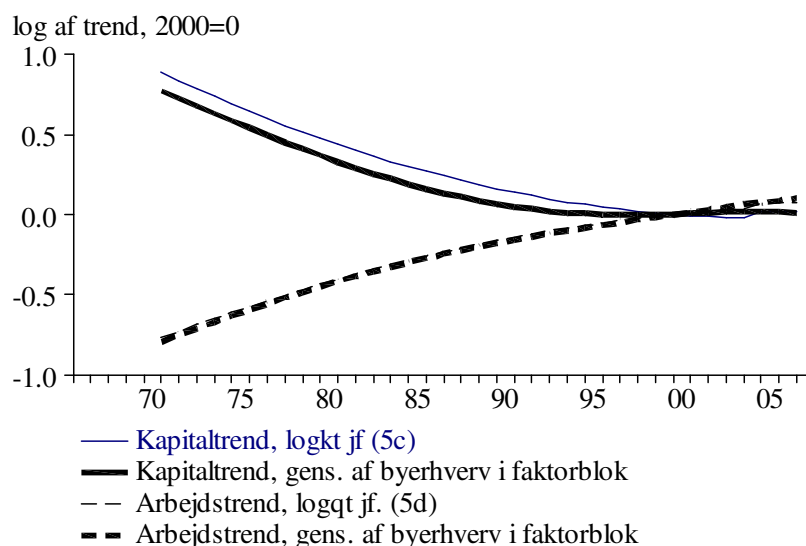
Kalder vi logaritmen til de to faktorer inkl. trend for henholdsvis $\log(\text{hqby1})+\log\text{qt}$ og $\log(\text{f_knmby})+\log\text{kt}$, kan de to estimerede trender i (4) opfattes som linearkombinationer i de ubekendte $\log\text{qt}$ og $\log\text{kt}$, jf. nedenstående ligninger (5a) og (5b). Koefficienterne 0.3473 og 0.6527 i ligning (5a) gengiver kapitalens og arbejdskraftens outputelasticitet i relation (3). Det gør de, fordi $\log\text{kt}$ har samme koefficient som $\log(\text{f_knmby})$, og $\log\text{qt}$ har samme koefficient som $\log(\text{hqby1})$. Koefficienterne i (5b) gengiver, at kapitalen står med koefficienten 1 på venstre side i relation (2), og at de to faktorpriser i (2) trendkorrigeres for at udtrykke prisen på de trendkorrigerede produktionsfaktorer.

$$\begin{aligned}
 0.3473 \log\text{kt} + 0.6527 \log\text{qt} &= (3)\text{trend} & (a) \\
 (0.1701-1) \log\text{kt} - 0.1701 \log\text{qt} &= (2)\text{trend} & (b) \\
 \Leftrightarrow & & \\
 \log\text{kt} &= -0.3525 (3)\text{trend} - 1.3525 (2)\text{trend} & (c) \\
 \log\text{qt} &= 1.7197 (3)\text{trend} + 0.7196 (2)\text{trend} & (d)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Ved løser (5a) og (5b), så de to ukendte faktortrender udtrykkes ved de estimerede trender, jf. (5c) og (5d). De beregnede faktortrender har en klar ikke-lineær udvikling fra 1973-2007, decelererende for kapital og accelererende for arbejdskraft. Billedet minder meget om de kapital- og arbejdskrafttrender, der indgår i faktorblokken, jf. figur 4. Forskellen på trendernes vækstrater ligger i den sidste halve snes år af estimationsperioden, som vistnok får særbehandling i faktorblokken.

Som i faktorblokken kan det være svært at forholde sig til faktortrender med en mervækst i arbejdsproduktiviteten på op til 8 pct. p.a. relativt til kapital.

Figur 4 Faktortrender jf. (5) sammenholdt med faktorblokken



Vi har nu delt de estimerede relationers tidspolynomier ud på kapital og arbejdskraft. Vi kan også beregne substitutionselasticiteten mellem kapital og

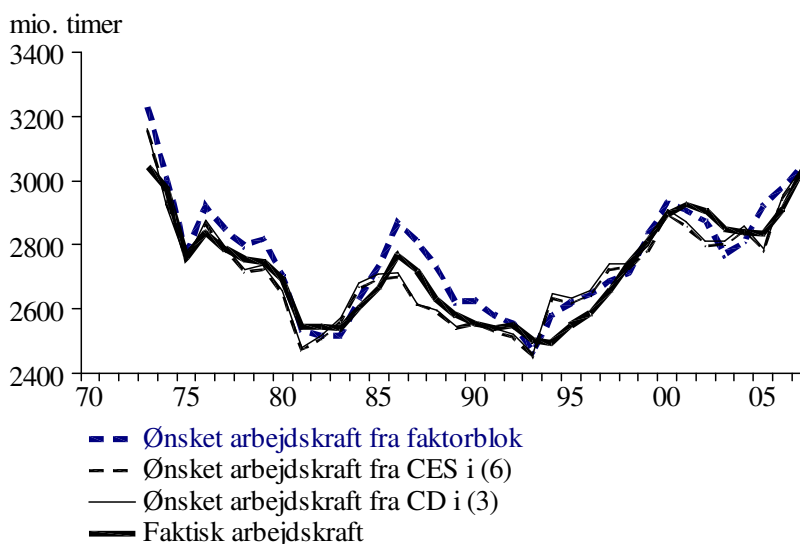
arbejdskraft til 0.26 (=0.1701/0.6527). Dermed er vi klar til at formulere vores estimationsresultat for byerhverv som en CES-produktionsfunktion af samme type som de, der indgår i faktorblokken.

Den CES-bestemte ønskede arbejdskraft, $HQbyn1_CES$, er anført i (6), der er i Aremos-syntaks. Relation (6) bestemmer ønsket arbejdskraft som en funktion af faktisk BVT, f_yfby , og faktisk nettokapital, f_knmby .

$$\begin{aligned} HQbyn1_CES = & HQby1[100a1] * (1/(qt/qt[100a1])) * \\ & ((1/(1-0.3473)) * (f_yfby/f_yfby[100a1])**(-(1/0.26-1)) \\ & - (0.3473/(1-0.3473)) * (kt/kt[100a1]) * (f_Knby/f_Knby[100a1])) \\ & **(-(1/0.26-1)) **(-(1/(1/0.26-1))) \end{aligned} \quad (6)$$

Den med (6) beregnede ønskede arbejdskraft minder meget om ønsket arbejdskraft udledt af den loglineære produktionsfunktion i (3) og begge vore bud på ønsket arbejdskraft minder lidt om ønsket arbejdskraft i henhold til faktorblokken, jf. figur 5.

Figur 5 Ønsket og faktisk beskæftigelse



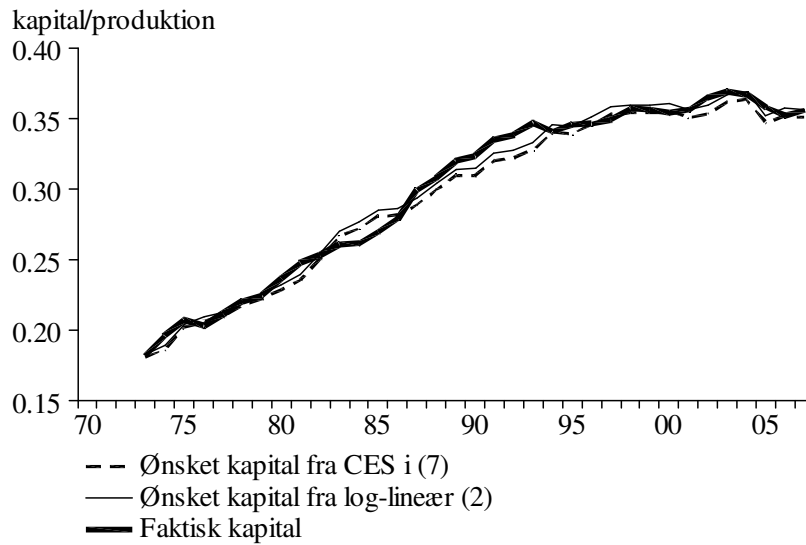
Den CES-bestemte ønskede kapital, f_knmby_CES , bestemmes i (7) som funktion af BVT og relativ faktorpris.

$$\begin{aligned} f_knmbyw1_CES = & f_knmby[100a1] * (1/(kt/kt[100a1])) * 0.3473 ** (0.26/(1-0.26)) \\ & * (fyfby/fyfby[100a1]) \\ & * ((((0.6527 * lby1/lby1[100a1]) / (0.3473 * uimbydk/uimbydk[100a1])) \\ & * ((kt/kt[100a1]) / (lt/l[100a1]))) ** (1-0.26) * (0.6527/0.3473) ** 0.26 + 1) \\ & ** (0.26/(1-0.26)) ; \end{aligned} \quad (7)$$

Ligesom ønsket arbejdskraft af CES-relationen i (6) ligger tæt på ønsket arbejdskraft bestemt af den log-lineære (3), ligger ønsket kapital fra CES-

relationen i (7) tæt på ønsket kapital bestemt af den log-lineære (2) og begge minder lidt om faktisk nettokapital, jf. figur 6.

Figur6 Ønsket og faktisk kapital



4. Afslutning

Sammenfattende er vi kommet tæt på faktorblokken med vores simple estimation på aggregerede data for byerhverv. Øvelsen illustrerer, at det største estimationsproblem er den svage korrespondance mellem relativ faktorpris og relativ faktorindsats. En aggregering til færre brancher i ADAM skaber næppe i sig selv nye estimationsproblemer. Omvendt skal man heller ikke vente, at en aggregering fjerner de gamle problemer, men det kan være en fordel, at der bliver færre brancher at håndtere i estimationen.