Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Henrik Olesen
Michael Andersen
N. Arne Dam

29. august 2000

Forbrug og rente

Resumé:

Papiret skitserer nogle forskellige metoder, som medfører, at renten vil optræde direkte i forbrugsrelationen. Generelt vil måden, hvorpå renten indgår i forbrugsligningen, afhænge af, hvilke antagelser man gør om humankapital og substitutionselasticitet.

Papiret redegør videre for estimationsforsøg af de opstillede forbrugsrelationer, som dog ikke faldt videre heldigt ud.

HCO29800.WPD

Nøgleord: Forbrug, rente

I nærværende papir opstilles forskellige makroforbrugsfunktioner baseret på eksplicit intertemporal optimering. I afsnit 1 behandles således Blanchards OLG-model i diskret tid, mens afsnit 2 tager udgangspunkt i en enkelt repræsentativ agent med fuld forudseenhed. I afsnit 3 redegøres for estimationsresultater baseret på de opstillede relationer.

1. Blanchard-modellen

Blanchard-modellen for overlappende generationer har vi tidligere set på. Her kommer renten udelukkende ind via humankapitalen. Nyttefunktionen antages logaritmisk; dermed er indkomst- og substitutionseffekterne lige store, og renten optræder derfor kun i udtrykket for humankapitalen.

Antages en konstant dødssandsynlighed, p, og at arbejdsindkomsten aftager med en hastighed, der er bestemt af α samt en fast tidspræferencerate θ, kan det vises, at den aggregerede forbrugsfunktion bliver (se evt. udledningen i MAN 8. marts 2000 eller HCO 9. februar 1999):

$$C_t = a_1(W_{t-1} + H_t) \tag{1}$$

hvor W_{t-1} er formuen og H_t humankapitalen, dvs. værdien af tilbagediskonteret fremtidig indkomst. I den aggregerede forbrugsfunktion er sammenhængen til de strukturelle parametre følgende:

$$a_1 = 1-(1-p)(1-\theta) \tag{2}$$

og humankapitaludtrykket er givet som:

$$H_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{Y_{t+i}\ (1-p)^i(1-\alpha)^i}{\prod_{j=0}^{i}(1+r_{t+j})} \tag{3}$$

Som det fremgår, kan man ikke estimere (1) uden at gøre nogle antagelser om humankapitalen. Det mindst restriktive er at Koyck-transformere (1), således at de leadede indkomster forsvinder (se evt. appendiks 1, der kommer senere):

$$C_t = a_2(W_{t-1} + Y_t) + b_1\frac{C_{t+1}}{1+r_t} \tag{4}$$

Men dermed får man indført fremadskuende adfærd i forbruget, hvilket måske p.t. ikke er ønskeligt. Alternativt kan man antage en konstant rente og en konstant vækstrate, g, i økonomien (r > g), dermed simplificeres udtrykket for humankapitalen:[1]

$$C_t = a_1(W_{t-1} + b_2 \frac{(1+r)}{r-g} Y_t) \qquad \textbf{(5)}$$

$$b_2 = \frac{1}{1-(1-p)(1-\alpha)} \qquad \textbf{(6)}$$

(5) kan fortolkes som at forbrugerne ved opgørelsen af deres humankapital i hver periode forventer at den rente og vækstrate i indkomsten der gælder i dag også vil være gældende i al fremtid (statiske forventninger). (5) kan bruges som en egentlig estimationsligning, hvor renten optræder eksplicit.

Hvis rente og vækstrate er lige store, forsvinder renten ud af (5), der så kun vil afhænge af løbende formue og indkomst, jf. nedenfor:

$$C_t = a_1(W_{t-1} + b_2 Y_t) \qquad \textbf{(7)}$$

(7) minder om den nuværende langsigsrelation for forbruget i ADAM.

2. En enkelt repræsentativ forbruger.

Vi ser her på en enkelt repræsentativ forbruger. Problemstillingen minder meget om den under afsnit 1, men antagelserne om nyttefunktion og forventet levetid har betydning for, hvordan renten skal optræde.

2.a Substitutionseelastcitet lig en (logaritmisk nyttefunktion)

Med logaritmisk elementarnyttefunktion får vi følgende problem:

Nyttefunktionen

$$U_t = \sum_{t=o}^{T-1} \log\ c_i\ (1+\theta)^{-t} \qquad \textbf{(8)}$$

maksimeres under bibetingelse af den *dynamiske definitionsligning*

$$W_{t+1} = (1+r)(W_t + y_t - c_t) \qquad \textbf{(9)}$$

---

[1] Humankapitalen bliver for r > g:

$$H_t = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_0(1+g)^i(1-p)^i(1-\alpha)^i}{(1+r)^i} = Y_0 \frac{(1+r)}{(r-g)} \frac{1}{(1-(1-p)(1-\alpha))}$$

hvilket giver *forbrugsfunktionen*

$$c_0 = \frac{1-(1-\theta)^{-1}}{1-(1+\theta)^{-T}}\left(W_0 + \sum_{t=0}^{T-1} y_i (1+r)^{-t}\right) \qquad \textbf{(10)}$$

Antager man en konstant væksrate, g, i indkomsten og en konstant rente, r, får man et udtryk, der i princippet kan estimeres på:

$$c_0 = \frac{1-(1-\theta)^{-1}}{1-(1+\theta)^{-T}}\left(W_0 + \frac{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)} Y_0\right) \qquad \textbf{(11)}$$

Her kan den forventede levetid enten opfattes som en tidsafhængig variabel eller en parameter, der skal estimeres.

En simplere forbrugsligning fås ved at antage, at forbrugeren agerer, som om han har en uendelig levetid med konstant rente r og konstant vækstrate g (r > g) i indkomsten.

$$C_0 = (1-(1+\theta)^{-1})\left(W_0 + \frac{(1+r)}{r-g} Y_0\right) \qquad \textbf{(12)}$$

Også (12) kan bruges som en egentlig estimationsligning.

Igen får vi, at hvis rente og vækstrate antages at være lige store, forsvinder renten ud af (12).

$$C_0 = (1-(1+\theta)^{-1})(W_0 + Y_0) \qquad \textbf{(13)}$$

I forhold til (7) er der i (13) en parameter mindre at estimere. Dette skyldes, at vi ikke gør nogen antagelse om, at arbejdsindkomsten aftager over tid (og at der ikke er nogen konstant dødssandsynlighed i hver periode).

2.b Substitutionselascitet forskellig fra en.

Med en substitutionselasticitet forskellig fra én, vil parametrene i forbrugsrelationen afhænge af renten.

Med en CRRA elementarnyttefunktion får vi følgende problem:

Nyttefunktionen

$$U_t = \sum_{t=o}^{T-1} \frac{c_i^{1-\gamma}}{1-\gamma}(1+\theta)^{-t} \quad \textbf{(14)}$$

maksimeres under bibetingelse af den *dynamiske definitionsligning*:

$$W_{t+1} = (1+r)(W_t + y_t - c_t) \quad \textbf{(15)}$$

hvilket giver *forbrugsfunktionen*

$$c_0 = [\frac{1-((1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(1+\theta)^{-\frac{1}{\gamma}})^T}{1-(1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(1+\theta)^{-\frac{1}{\gamma}}}]^{-1}(W_0 + \sum_{t=0}^{T-1} y_i(1+r)^{-t}) \quad \textbf{(16)}$$

Som det fremgår af (16), første parentes, er koefficienten til indkomst og formue nu også en funktion af renten. Men det vil sikkert være vanskelig at estimere på (16). Skal det gøres, kan man som i 2.a simplificere (16) ved at antage en uendelig tidshorisont for forbrugeren samt en konstant rente og vækstrate i indkomsten.

$$c_0 = [\frac{(1+\theta)^{-\frac{1}{\gamma}}}{(1+\theta)^{\frac{1}{\gamma}} - (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}]^{-1}(W_0 + \frac{(1+r)}{r-g}Y_0) \quad \textbf{(17)}$$

Igen får vi, at hvis rente og vækstrate antages lige store,vil renten forsvinde ud af udtrykket for humankpitalen, men koefficienten til indkomst og formue er stadig en funktion af renten.

$$c_0 = [\frac{(1+\theta)^{-\frac{1}{\gamma}}}{(1+\theta)^{\frac{1}{\gamma}} - (1+r)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}]^{-1}(W_0 + Y_0) \quad \textbf{(18)}$$

Både (17) og (18) kan bruges som estimationsformler, omend man kan være betænkelig ved, om der kan estimeres noget fornuftigt.

3. Estimationsligninger

Det blev forsøgt at estimere relationer svarende til (5) og (11) ovenfor. Disse ligninger kan så udvides for at postulere, at en andel λ af forbrugerne er likviditetsbegrænsede og derfor kun forbruger ud af den løbende indkomst Y_t. For fx ligning (5) bliver den udvidede estimationsligning:

$$C_t = \lambda Y_t + (1-\lambda)a_1(W_{t-1} + b_2\frac{(1+r)}{r-g}Y_t) \tag{20}$$

hvor λ evt. kan være tidsvarierende for at fange ændringer i likviditetsbegrænsningerne.

3.1 Data

Til estimationsforsøgene er følgende variabler blevet anvendt:

forbrug	C	*Cp4/pcp4v*
indkomst	Y	*Ydphk/pcp4v*
formue	W	$Wcp_{-1}/pcp4v$
realrente	r	$iwbz - \sum_{i=0}^{2} \omega_i \cdot (pcp4v_{-i}/pcp4v_{-i-1} - 1)$, $\sum_i \omega_i = 1$
vækstrate	g	$\sum_{i=0}^{2} \omega_i \cdot \left(\frac{Ydphk_{-i}/pcp4v_{-i}}{Ydphk_{-i-1}/pcp4v_{-i-1}} \right)$, $\sum_i \omega_i = 1$

Det fremgår altså, at vi har valgt husholdningernes indkomst som indkomstbegreb. Dette synes teoretisk mest velbegrundet, eftersom al forrentning af opsparing bør fanges af formuevariablen.

Videre ses det, at vi har approksimeret både den forventede inflation og indkomstens forventede fremtidige vækstrate med et vægtet tre års glidende gennemsnit. Forventningsdannelsen antages med andre ord at være adaptiv. Konkret har vi forsøgt os med flere forskellige vægte; al vægt på den seneste observation ($\omega_0 = 1$, $\omega_1 = \omega_2 = 0$); et uvægtet gennemsnit ($\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = 1$); samt den foretrukne vægtning: $\omega_0 = ½$, $\omega_1 = ⅓$ og $\omega_2 = 1/6$.

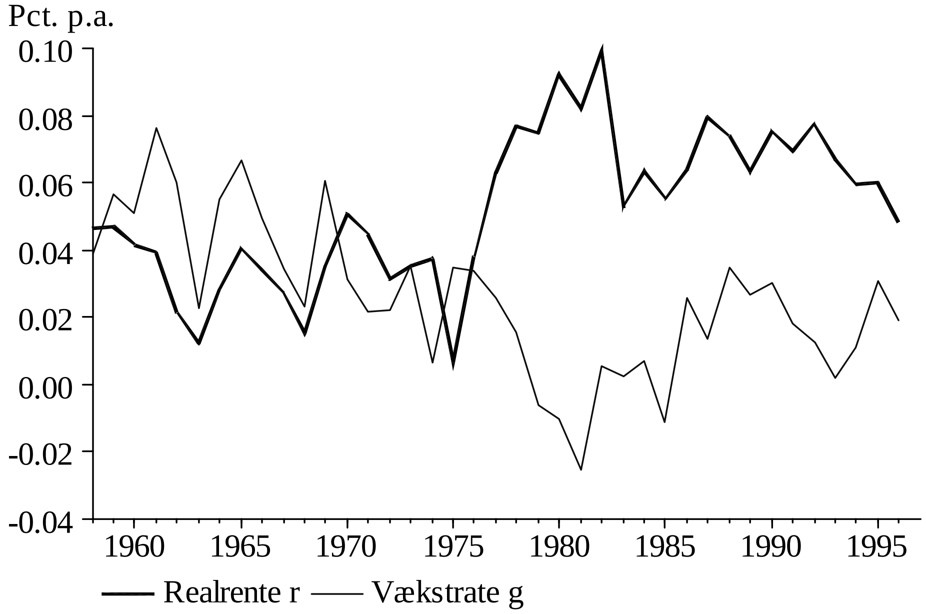
3.2 Estimationerne

Estimationerne blev udført som fejlkorrektionsrelationer med hhv. (5) og (11) som langsigtsrelation. Konkret blev de estimeret ikke-lineært i TSP for den effektive periode 1959-1996. I relation (11) forsøgtes levetiden *T* estimeret som en konstant parameter.

Desværre var resultaterne temmeligt nedslående; koefficenten til den tilbagediskonterede humankapital H_t i såvel kort- som langsigtsrelationen var for alle kombinationer af forklarende variabler insignifikant og i flere tilfælde negativ. Det forsøgtes at udskifte obligationsrenten *iwbz* med den gennemsnitlige udlånsrente *iku*; som forventet medførte dette ikke en synlig forbedring af estimationerne.

I den forbindelse skal det understreges, at der er problemer med forholdet mellem realrenten r og vækstraten g. Som det fremgår af figur 1, har vi nemlig i den første del af perioden hyppigt, at $r < g$. Det forsøgtes også uden held at estimere g som en konstant koefficient.

Figur 1. Vækstrate og realrente



Som foreslået ovenfor forsøgtes det at inddrage indkomstniveauet som supplerende forklarende variabel ud fra en teori om likviditetsbegrænsning. I første omgang estimeredes uden den restrikterende variabel λ. Resultatet blev, at humankapitalleddene faldt fuldstændig ud, mens resten af relationen lignede ADAMs velkendte forbrugsfunktion. Dernæst påførtes båndet λ. I denne formulering lykkedes det ikke at få estimationen til at konvergere til en løsning.

Baseret på disse resultater droppede vi den renteafhængige humankapital H_t som forklarende variabel og forsøgte vi os i stedet med en tidsvariende koefficent λ. Dette svarer til (20), hvor faktoren $(1+r)/(r - g)$ er lig én, svarende til den tidligere nævnte antagelse om, at $r = g$. Estimationsresultaterne var tvetydige og foreligger på nuværende tidspunkt ikke i en præsentabel form.

4. Konklusion

Data synes ikke at være i overensstemmelse med de opstillede livsløbshypoteser. Dette kan skyldes, at vore forsimplende antagelser (primært angående forventningsdannelsen) ikke holder; en anden forklaring er selvfølgelig, at hypotesen som sådan er falsk. Dette rejser selvfølgelig spørgsmålet om, hvad der så er det teoretiske fundament for ADAMs nuværende forbrugsrelation.