

Rentestrømsrelationerne: Grundskitse og tolkninger

Resumé:

Princippet bag bestemmelsen af rentestrømmene i ADAM beskrives, og der foreslås en mindre korrektion af den hidtil anvendte funktionsform. Konsekvensen for residualbestemmelsen af én sektors rentestrøm diskuteres. Det vises, at denne sektors rentestrøm generelt ikke kan skrives som en simpel funktion af sektorens egen formue. Det dynamiske forløb for den residualt bestemte rentestrøm er påvirket af, at afdragsandelene tillades at variere mellem sektorerne, og kun i tilfældet med identiske afdragsandele bliver tolkningen af residualrentestrømmen helt enkel.

Der lægges i papiret op til, at der i modelleringen af rentestrømmene fremover opereres med to (og kun to) afdragsandele – en kort og en lang – og at grundskitsens funktionsform tvinges ned over alle relationerne. Herved sikres indbyrdes konsistens mellem relationerne og tolkningen af den residualbestemte rentestrømsrelation bliver relativt enkel.

rente_1.jsm

Nøgleord: rentestrømme sektorafgrænsning identitet dynamik nettofordringserhvervelse

1. Indledning

Den nuværende modellering af rentestrømmene tager udgangspunkt i en eksplicit modellering af alle sektors rentestrømme undtagen én. Alle relationerne indeholder en opsplitting i variabelt og fast forrentede fordringer. Herved tages højde for den specielle dynamik, der skyldes den sidstnævnte type fordringer (langsom tilpasning af rentestrøm i forbindelse med ændring i renteniveauet for de fastforrentede fordringer).

Den sidste sektor – den sektor, der ikke modelleres eksplicit – er bestemt residualt med udgangspunkt i identiteten: Σ renteudgifter = Σ renteindtægter. Desværre kan rentestrømmen i residualektoren generelt ikke skrives på samme (let fortolkelige) måde som de eksplicit modellerede rentestrømme. Tolkningen af den dynamiske udvikling i rentestrømmen for residualektoren bliver herved vanskeliggjort, hvilket naturligvis ikke bliver bedre af, at alle fejl og inkonsistenser i relationerne for de øvrige sektorer ender i residualektoren. Konkret er residualektoren den private ikke-finansielle sektor.¹

I dette papir diskuteres en række principielle problemstillinger i forbindelse med formuleringen af rentestrømmene. I afsnit 2 præsenteres grundskitsen for rentestrømsrelationerne og en række problemer rides op. I de følgende afsnit behandles sammenhængen mellem relationerne, herunder specielt hvorledes den residualt bestemte rentestrøms dynamiske egenskaber kan tolkes. Konkret fremhæves tilfældet, hvor afdragsandelene er forskellige mellem sektorerne. Det konstateres, at den residualt bestemte rentestrøm i dette tilfælde ikke kan skrives som en simpel funktion af rentesatser og sektorens egne fordringer. I afsnit 5 lægges op til en tolkning af de skitserede problemer, der indebærer, at der bør opereres med to (og kun to) afdragsandele i rentestrømsligningerne.

2. Grundskitsen for relationerne for rentestrømmen

I modelgruppepapir *Om rentestrømme* (John Smidt 9. januar 1992) blev følgende specifikation, der i store træk er af samme form som rentestrømsrelationerne i den nuværende version af ADAM, foreslået:²

$$\begin{aligned}
 T = & T_{-1} \\
 & + \left(\frac{1}{2} \cdot (Wv + Wv_{-1})\right) \cdot iv - \left(\frac{1}{2} \cdot (Wv_{-1} + Wv_{-2})\right) \cdot iv_{-1} \\
 & + \frac{1}{2} \cdot ((Wf - Wf_{-1}) \cdot if + (Wf_{-1} - Wf_{-2}) \cdot if_{-1}) \\
 & + a \cdot [Wf_{-1} \cdot if + Wv_{-1} \cdot iv - T_{-1}]
 \end{aligned} \tag{1}$$

¹De seneste modelgruppepapirer om rentestrømme er: *Rettelse af rentestrømsrelationer, oktober 1991* (Morten Malle Pedersen og John Smidt 23. januar 1992), *Om rentestrømme* (John Smidt 9. januar 1992) og *Rentestrømme i ADAM* (Carsten Boldsen Hansen 18. januar 1991).

²I praksis er der en række afvigelser fra skitsen, hvoraf de fleste dog er mindre væsentlige. Afvigelserne fra skitsen vedrører bl.a. dateringerne.

T er den betragtede sektors renteindtægt (eller -udgift), Wv er sektorens variabelt forrentede fordringer, iv er den tilhørende rentesats, Wf er sektorens fast forrentede fordringer og if er den faste rentesats; a er afdragsandelen, der normalt opfattes som en fast parameter. I praksis udgøres de fast forrentede fordringer, Wf , af obligationer, mens de variabelt forrentede udgøres af en række forskellige fordringer (med hver deres tilknyttede rentesats).

Relationen forklarer ændringer i den betragtede rentestrøm. 2. linie beskriver ændringer i rentestrømmen vedr. den variabelt forrentede del af formuen, hvilket både kan tilskrives ændringer i formuen og ændringer i rentesatsen. 3. linie beskriver ændringen i rentestrømmen som følge af erhvervelse af fast forrentede fordringer. Endelig beskriver 4. linie afdragsleddet. Afdragsleddet dækker over den ændring i rentestrømmen, der kan tilskrives at en del af den fast forrentede formue afdrages og genplaceres til det aktuelle renteniveau. Via afdragsleddet sikres, at den langsigtede "identitet", $T = W \cdot i$, er opfyldt. For en nærmere tolkning af relationen henvises til modelgruppepapiret.

Som beskrevet i modelgruppepapiret kan det opfattes som et problem, at afdragsleddet virker på *hele* formuen, ikke bare på den fast forrentede del. Dette indebærer, at dynamikken efter en ændring i den variable rente ikke beskrives 100% korrekt. I praksis er der kun tale om begrænsede problemer, men følgende lille revision skal alligevel foreslås:

$$\begin{aligned}
 T = & T_{-1} \\
 & + (\frac{1}{2} \cdot (Wv + Wv_{-1})) \cdot iv - (\frac{1}{2} \cdot (Wv_{-1} + Wv_{-2})) \cdot iv_{-1} \\
 & + \frac{1}{2} \cdot ((Wf - Wf_{-1}) \cdot if + (Wf_{-1} - Wf_{-2}) \cdot if_{-1}) \\
 & + a \cdot [\frac{1}{2} \cdot (Wf_{-1} + Wf_{-2}) \cdot if - (T_{-1} - \frac{1}{2} \cdot (Wv_{-1} + Wv_{-2})) \cdot iv_{-1}]
 \end{aligned} \tag{2}$$

eller lidt kortere:

$$\begin{aligned}
 D(T) = & D(Wv_{-1/2} \cdot iv) \\
 & + (D(Wf) \cdot if)_{-1/2} \\
 & + a \cdot [Wf_{-3/2} \cdot if - (T_{-1} - Wv_{-3/2} \cdot iv_{-1})]
 \end{aligned} \tag{3}$$

I forhold til modelgruppepapiret er der udelukkende tale om en præcision af dateringerne i afdragsleddet. *For det første* optræder den fast forrentede formue i (3) som den laggede medioformue, dvs. lagget 3/2 og ikke som primoformuen. Herved sikres en "korrekt", dynamisk beskrivelse af rentestrømmen i forbindelse med ændringen i denne formuekomponent; se evt. bilag 1. *For det andet* er dateringen af leddet vedr. rentebetalingen på den variabelt forrentede formue ændret (og leddet er af fremstillingsmæssige hensyn flyttet). Ved den angivne datering reduceres den laggede rentestrøm med sidste periodes rentestrøm vedr. den variabelt forrentede formue (nemlig den laggede rente gange den laggede medioformue). Hermed vedrører afdragsleddet – både hvad angår rentestrøm og formueudtryk – effektivt kun den fast forrentede del.

Rentestrømsrelationerne af typen (3) har umiddelbart let-tolkelige egenskaber på både kort og langt sigt. I bilag 1 er bragt en række stiliserede eksempler, der

viser, at specifikationen fungerer "korrekt" for den enkelte sektor. Rentestrømsrelationer af typen (3) kan opstilles for alle sektorerne og kan beskrive enten netto- eller brutto-rentestrømme. For at sikre, at identiteterne er overholdt, bliver én rentestrøm bestemt residualt som minus summen af de øvrige.

I den resterende del af papiret behandles primært problemerne omkring sammenhængen mellem rentestrømsrelationerne, herunder specielt forhold vedr. den residualbestemte relation. Inden denne behandling afrundes dette afsnit med en opridsning af en række andre problemer; dette har nærmest karakter af en "huskeliste":

- a) I henhold til (3) antages implicit (jf. dateringerne), at fordringerne erhverves jævnt hen over året. I det omfang dette ikke sker vil bestemmelsen af rentestrømmene være fejlbehæftet. Hvis fx en sektors erhvervelse af fast forrentede fordringer sker ultimo året (til årets gennemsnitlige rentesats), da vil følgende datering måske være mere "korrekt" (afdragsleddets dateringer skal måske også ændres?):

$$D(T) = D(Wv_{-1/2} \cdot iv) + (D(Wf) \cdot if)_{-1} + a \cdot [Wf_{-3/2} \cdot if - (T_{-1} - Wv_{-3/2} \cdot iv_{-1})]$$

Sådanne ændringer i dateringerne i forhold til grundskitsen må naturligvis dels være afstemt inden for sektoren selv (er der tale om nettofordrings-erhvervelse eller om rene porteføljeomlægninger), dels må man være bevidst om den implicite konsekvens for fordringserhvervelsen i den residualt bestemte sektor. For at en sådan ændring i dateringerne kan komme på tale er det endvidere væsentligt, at der er tale om *systematiske* (mere eller mindre institutionelt betingede) mønstre i den dynamiske profil. Man kan meget let forestille sig, at sådanne ad hoc ændringer i dateringerne forbedrer den historiske forklaringsevne (hvis der *tilfældigvis* har været nogle år, hvor porteføljebevægelserne ikke er sket jævnt over året): I disse tilfælde bør man *ikke* ændre på dateringerne.

- b) Til hver fordring knyttes i henhold til (3) en rente. Valget af rentesats kan være afgørende ikke mindst for den implicerede langsigtede rentestrøm. I det omfang en sektor opnår en over- eller undernormal forrentning, kan dette korrigeres enten ved en additiv eller multiplikativ justering af rentesatsen. Fx

$$D(T) = D(Wv_{-1/2} \cdot iv) + (D(Wf) \cdot (if + .01))_{-1/2} + a \cdot [Wf_{-1/2} \cdot (if + .01) - (T_{-1} - Wv_{-3/2} \cdot iv_{-1})]$$

- c) Hver enkelt sektors formue består af en lang række aktiver og passiver, hvoraf de væsentligste formodes at indgå i ADAMs databank. Imidlertid er den grundlæggende statistik for rentestrømmene hhv. formuestørrelserne ret dårligt (eller slet ikke) afstemt (nationalregnskab respektivt finansiel databank). Som følge heraf kan der opstå afvigelser mellem den observerede og den postulerede rentestrøm. Et konkret eksempel på en "manglende" formuepost er aktier, der netop ikke indgår

- i databanken, men hvis afkast optræder i nationalregnskabs "Renter og udbytter". En løsning kan i de tilfælde, hvor man er i besiddelse af information, være en ad hoc korrektion af formuestørrelserne.
- d) Af forenklingshensyn kan det være formålstjenligt at se bort fra en række mindre formueposter. For at dette er "tilladeligt" kræves imidlertid, at de pågældende poster både er "små" historisk, og "små" i modeleksperimenter. Det sidste kan være vanskeligt at sikre sig, ikke mindst da en række af disse små fordringer er eksogene. En konsekvent holdning ville være at droppe (eller evt. konsolidere) alle "små", eksogene fordringer i modellen (og ikke bare i rentestrømsrelationerne).
 - f) I henhold til (3) skal hver enkelt fordring karakteriseres som enten fast eller variabelt forrentet. I enkelte tilfælde vil denne opdeling ikke være indlysende.
 - g) Afdragsandelen må opfattes som en approksimation til en "sand" afdragsprofil. Afdragsandelen kendes kun sjældent og må derfor postuleres under hensyntagen til dels forklaringsevne, dels viden om den betragtede sektors porteføljes varighed. For næsten alle sektorer antages afdragsandelen at være konstant, men i praksis vil den sandsynligvis variere over tid. I de nuværende rentestrømsrelationer er det kun statens afdragsandel, der er "kendt" og tillades at variere. Anvendelsen af denne information gør sandsynligvis modelleringen af denne rentestrøm mere "korrekt", men prisen er bl.a., at variationen slår ud i residualsektoren.
 - h) "Identiteten", at rentestrøm er lig rente gange formue – $T=i \cdot W$ – gælder for rentestrøm målt som rentebetalinger, rente målt som pålydende rente og formue opgjort til nominel værdi. I overensstemmelse med nationalregnskabspraksis opgøres rentestrømmene i ADAM som rentebetalinger med tillæg af fordelte emissionskurstab/-gevinster. Rentesatserne i ADAM er effektive renter, og formuestørrelserne er opgjort som akkumuleret køb til kursværdi med tillæg af fordelte emissionskurstab/-gevinster: Med disse definitioner vil "identiteten" normalt ikke være overholdt. Den nævnte "identitet" må imidlertid i modelsammenhæng opfattes som det eneste rimelige udgangspunkt.

3. Konsistens. Rentestrømme både som indtægt og udgift

Det er et oplagt krav til rentestrømsrelationerne, at de skal være konsistente – forstået på den måde, at enhver rentebetaling optræder to gange: Som indtægt for én sektor og som udgift for en anden. I det omfang, de ikke gør det, vil forskellen via residualbestemmelsen ende i den "sidste" sektors rentestrøm. Konsistenskravet stiller krav til anvendelsen af ratesatser, evt. bortvalg af små og betydningsløse fordringer samt til specifikation af dynamik på tværs af sektorerne. Specielt kravet om fælles dynamik kan give anledning til problemer.

De (principielt) lette tilfælde

I de tilfælde, hvor debitor- og kreditorsektor entydigt kan identificeres, og hvor dynamikken er simpel, er det ret enkelt at sikre sig, at konsistenskravet er overholdt. Dette er i praksis tilfældet for de fordringer, der kan antages at være variabelt forrentede. I henhold til (3) er dynamikken helt simpel for denne type fordringer, og da debitor- og kreditorsektor som hovedregel er fastlagt entydigt, er det ret let at holde styr på rentestrømmene på tværs af sektorerne. For denne type fordringer er det således principielt trivielt at sikre sig, at konsistenskravet er opfyldt, og det praktiske problem består derfor udelukkende i at fastlægge hvilken rentesats, der er relevant for den pågældende fordring.

Problemerne

Problemerne opstår på obligationsmarkedet, der hovedsagelig består af fast forrentede fordringer. Den væsentligste årsag til problemerne er, at dynamikken i de fast forrentede obligationer i forbindelse med en renteændring er mindre simpel end for de variabelt forrentede fordringer. I det omfang, dynamikken ikke specificeres identisk for debitor- og kreditorsektor, opstår inkonsistenser, der som nævnt ender i residualsektoren. Et andet problem ved obligationsmarkedet er, at ofte kan kun enten debitor- eller kreditorsektor identificeres.

Dynamikken i rentebetalingerne vedr. fast forrentede fordringer er jf. (3) hovedsagelig bestemt af afdragsandelen, der i de nuværende rentestrømsrelationer tillades at variere mellem sektorerne. De forskellige afdragsandele indebærer, at hastigheden, hvormed rentestrømmen i de enkelte sektorer tilpasser sig ændringer i renteniveauet, varierer. Den forskel, der herved implicit opstår mellem renteindtægter og -udgifter, bliver via residualbestemmelsen lagt i den "sidste" sektor. Det bør understreges, at konsistensproblemerne "kun" er et mellemfristet problem: På langt sigt kan alle rentestrømmene skrives som produktet af sektorens formue og de relevante rentesatser.

4. Afdragsandelens betydning for residualsektorens rentestrøm

I den nuværende version af ADAM specificeres rentestrømsrelationer af formen (3) for de $n-1$ sektorer, mens den n 'te sektor bestemmes residualt. Desværre kan den residualbestemte rentestrømsrelation, som nævnt, generelt *ikke* skrives som en simpel funktion af rentesatser og sektorens egne fordringer (og sektorens egen rentestrøm lagget). Dette vanskeliggør umiddelbart tolkningen af denne rentestrøm (fx kan den dynamiske tilpasning i rentestrømmen for denne sektor efter en ændring i renteniveauet være ikke-monoton). I næste afsnit gives dog et forsøg på tolkning.

For at forenkle fremstillingen ses der i det følgende eksempel bort fra ændringsleddene samt fra de variabelt forrentede fordringer. Da problemet med den residualbestemte rentestrømsrelations dynamiske egenskaber udelukkende skyldes den dynamiske proces, der følger af afdragsleddet, mistes ingen væsentlig information ved at ignorere de nævnte led.

Rentestrømsrelationen (3) forenkles derfor af hensyn til fremstillingen til

$$T = T_{-1} + a \cdot [\frac{1}{2} \cdot (Wf_{-1} + Wf_{-2}) \cdot if - T_{-1}] \quad (4)$$

eller endnu kortere:

$$T = (1-a) \cdot T_{-1} + K \quad (5)$$

hvor $K = a \cdot \frac{1}{2} (Wf_{-1} + Wf_{-2}) \cdot if$. For god ordens skyld bemærkes, at langsigts-løsningen er "korrekt":

$$\begin{aligned} T &= \frac{a}{(1-(1-a))} K = \frac{1}{a} K \\ &= \frac{1}{2} \cdot (Wf_{-1} + Wf_{-2}) \cdot if = Wf \cdot if \end{aligned}$$

Betragt nu som eksempel 3 sektorers rentestrømme og antag, at de 2 kan skrives på den simple form (5), mens den 3. bestemmes residualt:

$$T^1 = (1-a^1) \cdot T_{-1}^1 + K^1 \quad (6)$$

$$T^2 = (1-a^2) \cdot T_{-1}^2 + K^2 \quad (7)$$

$$T^3 = -T^1 - T^2 = -[(1-a^1) \cdot T_{-1}^1 + K^1] - [(1-a^2) \cdot T_{-1}^2 + K^2] \quad (8)$$

hvor toptegn angiver sektorbetegnelsen

Det fremgår af (8), at ligningen for den residualbestemte rentestrømsrelation *ikke* har samme form som de øvrige. Rentestrømmen er en funktion af rentestrømmen og fordringerne i de øvrige sektorer, og generelt kan identiteterne $\sum T^i = 0$ og $\sum Wf^i = 0$ ikke anvendes til at indsubstituere sektorens egen formue og/eller laggede rentestrøm.³ Det skal dog bemærkes, at langsigtsniveauet for den residualt bestemte rentestrøm er den "korrekte" funktion af sektorens egen formue $Wf^3 \cdot if$ (hvilket ses ved indsættelse af de langsigtede værdier for minus summen af T^1 og T^2).

Tolkningen af den dynamiske tilpasning er som nævnt umiddelbart vanskelig. Nedenstående eksempel viser et tilfælde, hvor den residualt bestemte rentestrøm ikke tilpasser sig monotont fra ét langsigtsniveau til et andet. I eksemplet

³I specialtilfældet $a^1 = a^2 = a$ – altså hvor alle afdragsandele er ens – kan den sidste sektors rentestrøm skrives som en simpel funktion af rentesatser, sektorens egen rentestrøm lagget og sektorens egen formue:

$$\begin{aligned} T^3 &= -[(1-a^1) \cdot T_{-1}^1 + K^1] - [(1-a^2) \cdot T_{-1}^2 + K^2] \\ &= -(1-a) \cdot (T_{-1}^1 + T_{-1}^2) - (K^1 + K^2) \\ &= (1-a) \cdot T_{-1}^3 + K^3 \end{aligned}$$

Det ses, at sektorens rentestrøm i dette tilfælde er af samme form som de eksplicit formulerede relationer. Specielt bemærkes, at $K^3 = -K^1 - K^2 = -(Wf^1 + Wf^2) \cdot if / a = Wf^3 \cdot if$.

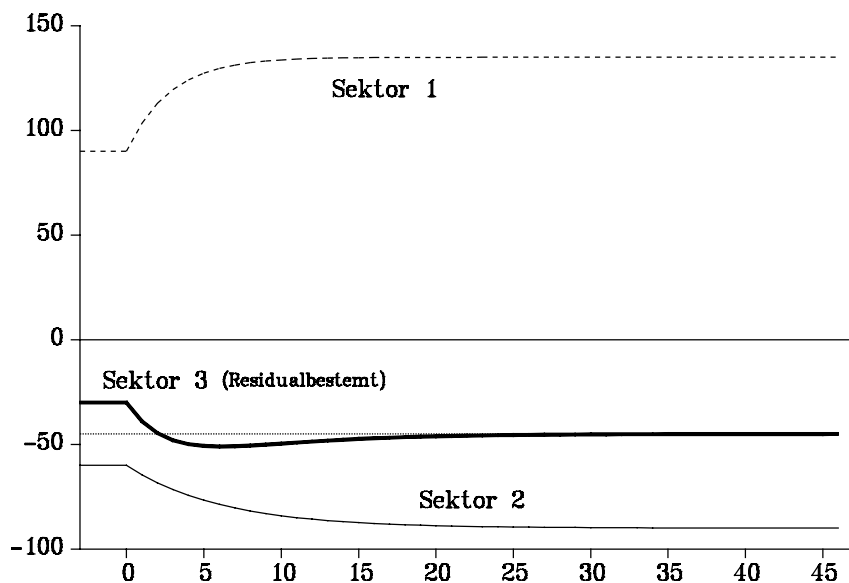
ændres rentesatsen for fast forrentede fordringer permanent med 50% i periode 0 (hvorved den *langsigtede* rentestrøm øges tilsvarende). Det afgørende i eksemplet er, at afdragsandelene *ikke* er identiske i de eksplicit formulerede rentestrømme.

Tabel 1. Beregningsgrundlag for eksempel.

Sektor	Afdragsandel	Langsigtet rentestrøm frem til periode 0	Langsigtet rentestrøm fra periode 0
Nummer 1	0.3	90	135
Nummer 2	0.15	-60	-90
Nummer 3 (residualbestemt)	Ubestemt	-30	-45

I nedenstående figur vises den dynamiske tilpasning for rentestrømmene i de 3 sektorer:

**Figur 1. Eksempel på dynamik i rentestrømmene
Renten forøges permanent 50% i periode 0**



Det fremgår af figuren, at tilpasningen i den residualbestemte sektors rentestrøm ikke er monoton, og det er på baggrund af figuren ret let at se, hvad der "går galt". Tilpasningen i den store, positive rentestrøm i sektor 1 er hurtigere end i den lille, negative i sektor 2. Udviklingen i den residualbestemte sektors rentestrøm bliver derfor på mellemlangt sigt primært et spejlbillede af den hurtige tilpasning i sektor 1. Da sektor 1's rentestrøm numerisk set er stor – og større end sektor 3's – bliver resultatet "overshooting" på mellemlangt sigt. Hvis antallet af sektorer (eller rettere antallet af forskellige afdragsandele) øges, vil der opstå mulighed for yderligere "sving".

Det kan på baggrund af eksemplet intuitivt indses, at jo mindre den residualt

bestemte rentestrøm er i forhold til de øvrige rentestrømme, jo større (risiko for) er der for overshooting. Hvis der således er store brutto-rentestrømme mellem de eksplicit formulerede sektorer, så øges residual-"problemet" (hvis de indblandede sektorer ikke har den samme afdragsandel). Et konkret eksempel kunne være en stor stigning i udlandets obligationsbeholdning modsvaret af et tilsvarende stort salg fra nationalbanken; dette eksempel er relevant i multiplikatoreksperimenter med eksogen rente.

5. Om tolkning af forskellige afdragsandele

Det er i den nuværende version af ADAM valgt at tillade forskellige afdragsandele i de forskellige sektorer; fx er afdragsandelen mindre i fondene, end den er i bankerne, afspejlende forskellig varighed (gennemsnitlig restløbetid) i obligationsbeholdningerne. Denne forskel i afdragsandel indebærer en langsommere tilpasning til ændringer i obligationsrenten i fx fondene end i bankerne. Hvis der ikke blev taget højde for disse forskelle i dynamisk profil kan det forventes, at forklaringsevnen vil blive ringere, og at der kan opstå systematiske problemer i forbindelse med overgang fra en historisk databank til fremskrivninger.

Tolkningen af, at sektorerne har forskellige afdragsandele, er imidlertid ikke ligetil inden for ADAMs rammer, hvor der formelt set kun opereres med én type obligationer (der er kun én (gennemsnitlig) obligationsrente).

Den tolkning, der ligger lige for er desværre ikke særlig heldig. Man kunne således fristes til at opfatte den enkelte sektors afdragsandel som et udtryk for et gennemsnit af fx to typer obligationer – én lang og én kort. Problemet ved denne tolkning er, at hvis rentestrømmen vedr. hver af de to obligationstyper antages at kunne beskrives på en form som (3), så kan den samlede rentestrøm – summen af de to del-rentestrømme – *ikke* skrives på denne form, jf. (8)! Kun i det tilfælde, hvor afdragsandelen er den samme for de to obligationstyper kan man foretage en simpel aggregering – men så er der jo ikke megen grund til at operere med to typer!

En nok mere rimelig tolkning kunne være, at hver sektor (eller rettere hver afdragsandel) svarer til én type obligationer, og at hver sektor kun har denne ene type obligation (som aktiv eller passiv). Den eneste sektor, der kan have flere forskellige obligationer er residualektoren. Med denne tolkning må residualektorens netto-obligationsbeholdning bestå af en lang række obligationstyper, der afhængigt af de øvrige sektors position, holdes som aktiver eller passiver.

I lyset af denne tolkning er den ikke-monotone tilpasning i residualektorens rentestrøm helt plausibel: Hvis tilpasningen i residualektorens obligationsaktiver fx er meget hurtig, mens gælden tilpasser sig langsomt til ændringer i renteniveauet, så vil renteindtægter øges hurtigere end udgifter i tilfælde af en rentestigning; hvis renteindtægterne er tilstrækkeligt store vil netto-rente-

strømmen kunne "overshoote" langsigtsniveauet.

Umiddelbart forekommer det som et problem ved denne tolkning, at kun residualektoren kan have en "sammensat" obligationsportefølje, mens alle de øvrige sektorer logisk set må have "homogene" obligationsbeholdninger, jf. grundskitsen (3).

Spørgsmålet er imidlertid, om dette ikke kommer ret tæt på virkeligheden – netop når den private ikke-finansielle sektor bliver bestemt residualt. Forestiller man sig to (og kun to) typer obligationer, vil den naturlige opdeling være stats- hhv. realkreditobligationer. Denne opsplittning vil samtidig svare til "kort" og "lang" eller – i denne sammenhæng mere relevant – stor hhv. lille afdragsandel. I nedenstående tabel er en mulig stileret fordeling af disse to obligationstyper på sektorer vist sammen med nogle indikative tal fra den nye statistik fra værdipapircentralen:

Tabel 2. Fordeling af obligationsbeholdningen i de enkelte sektorer

Sektor	ADAM- Stiliserede andele navn	Stiliserede andele		Værdipapircentral-andel, ultimo 1992	
		Stat	Andet	Stat	Andet
Udland	<i>Wfbz</i>	100%	0%	ca. 85%	ca. 15%
Stat ¹	<i>Wgbz</i>	0%	100%	ca. 20%	ca. 80%
Off. fonde ¹	<i>Wobz</i>	0%	100%	ca. 20%	ca. 80%
Kommuner	<i>Wlbz</i>	0%	100%	ca. 35%	ca. 65%
Priv. fonde	<i>Wabz</i>	0%	100%	ca. 10%	ca. 90%
Banker	<i>Wbbz</i>	100%	0%	ca. 75%	ca. 25%
Nationalbank	<i>Wnbz</i>	0%	100%	ca. 20%	ca. 80%
Priv. ikke-finansielle sektor ²	<i>Wpbz</i>	??%	??%	ca. 35%	ca. 65%

Anm. "Andet" indeholder foruden realkreditobligationer bl.a. kommuneobligationer, skibskreditobligationer, erhvervsobligationer samt tilsyneladende nogle udenlandske obligationer.

¹ Staten og offentlige fonde udskilles ikke i værdipapircentral-statistikken.

² Den samlede private ikke-finansielle sektor indeholder på aktiv-siden også realkreditinstitutionernes, skadeforsikringsselskabernes og hypotekbankens obligationsbeholdninger, mens realkreditobligationerne udgør passivside.

Tabel 2 lægger op til følgende stilerede fordeling:

- Hele statens obl.gæld består af statsobligationer med afdragsandel a^1
- Udland og banker køber kun statspapirer, og deres afdragsandel er derfor også a^1
- Hele den private ikke-finansielle sektors obligationsgæld er realkreditobligationer med afdragsandel a^2
- Staten (den sociale pensionsfond), kommuner, offentlige og private fonde samt nationalbanken køber kun realkreditpapirer, og deres afdragsandel er derfor a^2

- Den private ikke-finansielle sektor køber de stats- og realkreditpapirer, som de øvrige sektorer ikke køber. Denne sektor er altså den eneste med en sammensat portefølje. Med de her gjorte antagelser kan sektorens (implicitte) beholdning af (korte) statsobligationer bestemmes som: $Wp_{stat} = Wzbg - Wfbz - Wbbz$, mens beholdningen af (lange) realkredit obligationer er: $Wp_{real} = Wzbr + Wzbl - Wobz - Wabz - Wlbz - Wnbz$. Per definition gælder herved $Wpbz + Wsbz + Whbz + Wrbz = Wpbz_{stat} + Wpbz_{real}$

Den her skitserede struktur indebærer, at man kan opfatte den residualt bestemte rentestrøm som summen af to (ikke-observerbare) del-rentestrømme fra hhv. korte og lange obligationer. Det er i bilag 2 søgt vist, hvis disse (ikke-observerbare) rentestrømme skrives på den samme eksplicitte form som de øvrige rentestrømme, så er dette helt i overensstemmelse med at bestemme den samlede (observerbare) rentestrøm residualt.

En væsentlig konsekvens af den skitserede struktur bør bemærkes. Skitsen indebærer således, at den implicitte afdragsandel i residual-sektoren vil ændres, hvis to sektorer med forskellig afdragsandel udveksler obligationer. Et konkret eksempel kan være et eksperiment med eksogen rente, hvor udlandet køber store mængder obligationer, som i henhold til modelligningerne vil blive solgt af nationalbanken; denne operation ændrer ikke den private ikke-finansielle sektors obligationsbeholdning. Imidlertid indebærer ovenstående tolkning, at udlandet køber korte statsobligationer, mens nationalbanken sælger lange realkreditobligationer. For at de to ender kan mødes kræves, at den private ikke-finansielle sektor indgår som "melleghandler" ved at købe realkreditobligationer af nationalbanken og sælge statsobligationer til udlandet. Denne operation påvirker ikke sektorens samlede (observerbare) obligationsbeholdning, men den implicitte afdragsandel vil være ændret væsentligt.

6. Det videre arbejde

Resultatet af gennemgangen i dette papir lægger op til følgende strategi for det videre arbejde:

- 1) Grundskitsen (3) tvinges ned over alle rentestrømsrelationerne. Evt. afvigelser fx vedr. dateringer skal være endog *meget* velbegrundede.
- 2) Der opereres med to (og kun to) forskellige afdragsandele – svarende til én kort og én lang obligationstype. Tabel 2 indikerer ret tydeligt, hvilke sektorer, der skal tilordnes hvilke afdragsandel. Man kan overveje, hvorvidt de to afdragsandele skal indgå som variabler, således at ændringer i varigheden for de to typer obligationer kan indlægges i fremskrivninger eller multiplikatoreksperimenter.
- 3) Den private ikke-finansielle sektor bibeholdes som residualsektor.

Med den skitserede strategi opnås, at relationerne for rentestrømmene for de enkelte sektorer er relativt enkle og fortolkelige – dvs. at de har veldefinerede

egenskaber på både kort og lang sigt. Det opnås endvidere, at sammenhængen mellem rentestrømsrelationerne er veldefineret og konsistent, og tolkningen af udviklingen i den residualbestemte rentestrøm er relativt klar. Måske vil grundskitsens krav til dynamikken indebære problemer med den historiske forklaringssevne, hvilket evt. kan give problemer i forbindelse med overgang mellem statistikdækkede år og fremskrivninger. Generelt må den historiske forklaringssevne dog være underlagt hensynet til konsistens og fortolkelighed.

Et alternativ til den fremlagte strategi kunne være at tvinge alle afdragsandele til at være identiske. Herved kan residualsektorens rentestrøm skrives eksplicit op som en funktion af sektorens formue m.m., og man vil bl.a. sikre monoton tilpasning i alle rentestrømme. Det skønnes dog, at én afdragsandel vil være for kraftig en restriktion i forhold til data.

Et andet alternativ kunne være at modellere den sidste rentestrømsrelation eksplicit på samme form som de øvrige relationer (dvs. som (3)). Herved brydes identiteten mellem rentestrømmene (med mindre alle afdragsandele er ens) imidlertid, således at summen af sektorernes rentestrømme *ikke* er nul. I bilag 3 er vist et eksempel på konsekvensen af denne fremgangsmåde. Denne fremgangsmåde kan derfor ikke anbefales.

Endnu et alternativ kunne være at udnævne en anden sektor som residual – fx nationalbanken. Herved ville man lettere kunne styre udviklingen i den vigtige rentestrøm *Tipp2*. Det er imidlertid, jf. tabel 5, mindre oplagt, at nationalbanken skulle være den eneste sektor med "sammensat" obligationsbeholdning. Endvidere vil sandsynligheden for overshooting i denne sektors rentestrøm blive større.

I den mere ambitiøse ende af spektret kunne man forestille sig en modellering af rentestrømmene med udgangspunkt i en årgangsmode. Dette ville dog indebære et bogholderi, der sandsynligvis ville overgå enhver rimelighed. Hvis det ambitiøse niveau skal holdes, er en mere fornuftig vinkel formentlig eksplicit at operere med fx to obligationstyper (og rentestrømme heraf) for hver enkelt sektor. De to obligationstyper kunne modelleres eksplicit i den finansielle del af modellen, idet muligheden for to rentesatser ville være åben. Selv om denne løsning forekommer tiltrækkende er de datamæssige muligheder imidlertid begrænsede, og den nødvendige ressource-indsats betydelig.

Bilag 1. Grundskitsen for en rentestrømsrelation

I nedenstående tabel vises effekten af nogle stiliserede eksperimenter, når rentestrømmen modelleres som (3). Det skulle gerne fremgå, at relationen beskriver eksperimenterne "korrekt". "Modelligningen" er:

$$T = T[-1] + (0.5 \cdot (Wv + Wv[-1])) \cdot iv - (0.5 \cdot (Wv[-1] + Wv[-2])) \cdot iv[-1] + (0.5 \cdot (Wf - Wf[-1])) \cdot if + (0.5 \cdot (Wf[-1] - Wf[-2])) \cdot if[-1] + 0.3 \cdot (0.5 \cdot (Wf[-1] + Wf[-2])) \cdot if - (T[-1] - 0.5 \cdot (Wv[-1] + Wv[-2])) \cdot iv[-1])$$

Afdragsandelen er arbitrært sat til 0.3. I det stiliserede eksempel har variableerne følgende værdier i udgangsforløbet:

Wv :	100000 kr.	Wf :	100000 kr.	T :	19000
iv :	0.09	if :	0.10		

Effekt på rentestrøm af ændringer i renter og formuer

	År 1	År 2	År 3	År 5	År 10	År 20	Uendelig
Effekt på rentestrøm - kr.							
Variabel rente · 1.10	900	900	900	900	900	900	900
Fast rente · 1.10	300	510	657	832	972	999	1000
Variabel formue + 10.000 kr.	450	900	900	900	900	900	900
Fast formue + 10.000 kr.	500	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Effekt på rentestrøm - % ¹							
Variabel og fast rente · 1.10	6.3	7.4	8.2	9.1	9.9	10.0	10.0
Variabel og fast formue · 1.10	5.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0

¹ Effekten er afhængig af rentestrømsrelationens størrelse i udgangsforløbet.

Fra tabellen bemærkes bl.a. følgende:

- 1) Effekten af at øge iv med 10% (= 0.009 %-point) er en øjeblikkelig forøgelse rentestrømmen på $0.009 \cdot Wv = 900$. Bemærk, at der *ikke* optræder "kortsigtsstøj" fra afdragsleddet.
- 2) Effekten af at øge if med 10% er 1. år lig med afdragsandelen $\cdot 0.010 \cdot Wf = 300$. Herefter øges effekten op imod langsigtsniveauet.
- 3) En forøgelse af Wv eller Wf på 10.000 kr. giver 1. år anledning $\frac{1}{2}$ -langsigtseffekten. Langsigtseffekten, der nås 2. år, er lig med ændringen i formuen gange rentesatsen. Baggrunden for, at effekten 1. år kun er det halve, er, at fordringsserhvervelsen antages at ske jævnt over året.
- 4) Mens krone-effekten er uafhængig af rentestrømmens niveau i udgangsforløbet, vil %-effekterne afhænge af dette niveau. I eksemplet er rentestrømmen i udgangsforløbet lig med langsigtsniveauet ($iv \cdot Wv + if \cdot Wf = 19000$). Øges begge formuer med 10% (= 10.000 kr.) forøges rentestrømmen 2. år med 1900 kr. (summen af 3. og 4. række), hvilket netop er lig med 10% – rentestrømmen er homogen af 1. grad. Hvis rentestrømmen i udgangsforløbet er forskellig fra langsigtsniveauet vil krone-effekten være den samme, men %-effekten vil afvige. På langt sigt vil rentestrømsrelationen dog under alle omstændigheder være homogen af 1. grad i både formuer og rentesatser, uafhængigt af udgangsforløbet.

Bilag 2. Fortolkning i tilfældet med *to* afdragsandele

Betragt følgende stiliserede situation, der er inspireret af tolkningen omkring tabel 2:

Udbudet af obligationer består af to typer obligationer:

Statsobligationer (fodtegn s), med afdragsandel $= a_s$

Realkreditobligationer (fodtegn r), med afdragsandel $= a_r$

Der er fire sektorer:

	Udbud	Beholdning
Sektor 1 (<i>Stat</i>)	W_s	
Sektor 2 (<i>Udland</i>)		W_s^2
Sektor 3 (<i>Fonde</i>)		W_r^3
Sektor 4 (<i>Private</i>)	W_r	$W_s^4 + W_r^4 = (W_s - W_s^2) + (W_r - W_r^3)$

Den private (residual) sektor holder altså alle de statsobligationer, der ikke holdes af udlandet og alle de realkreditobligationer, som ikke holdes af fondene. Den private sektors *netto*-obligationsbeholdning er: $-W_r + (W_s - W_s^2) + (W_r - W_r^3) = (W_s - W_s^2) - W_r^3$.

De tre første sektorer *renteindtægter* skrives i henhold til grundskitsen:

$$T^1 = T_{-1}^1 + a_s(-W_{s,-1}^1 \cdot i - T_{-1}^1)$$

$$T^2 = T_{-1}^2 + a_s(W_{s,-1}^2 \cdot i - T_{-1}^2)$$

$$T^3 = T_{-1}^3 + a_r(W_{r,-1}^3 \cdot i - T_{-1}^3)$$

Den 4. sektors *renteindtægt* er per definition:

$$T^4 = -T^1 - T^2 - T^3$$

Dette kan *ekvivalent*, men måske mere instruktivt, skrives som summen af to (ikke-observerbare) rentebetalinger vedr. hhv. stats- og realkreditobligationer:

$$T^4 = T_s^4 + T_r^4$$

hvor

$$\begin{aligned} T_s^4 &= T_{s,-1}^4 + a_s(((W_{s,-1} - W_{s,-1}^2) \cdot i) - T_{s,-1}^4) \\ &= T_{s,-1}^4 + a_s(W_{s,-1}^4 \cdot i - T_{s,-1}^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_r^4 &= T_{r,-1}^4 + a_r(-W_{r,-1}^3 \cdot i - T_{r,-1}^4) \\ &= T_{r,-1}^4 + a_r(Wn_{r,-1}^4 \cdot i - T_{r,-1}^4) \end{aligned}$$

hvor Wn_r^4 er lig sektor 4's *netto*-obligationsbeholdning $= W_r^4 - W_r$. Ved at indsætte de øvrige sektorer *formueudtryk* og *rentestrømme* kan man let overbevise sig om, at

$$T_s^4 = -T^1 - T^2$$

$$T_r^4 = -T^3$$

Bilag 3. Eksplicit bestemmelse af den sidste sektor

En eksplicit formulering af den sidste sektor i henhold til skitsen (3) vil, hvis de øvrige sektorer har forskellige afdragsandele, indebære en afvigelse fra identiteten: $\sum \text{renteudgifter} = \sum \text{renteindtægter}$. Med udgangspunkt i simplificeringen i afsnit 4 vil en eksplicit formulering se ud som følger:

$$T^1 = (1-a^1) \cdot T_{-1}^1 + K^1$$

$$T^2 = (1-a^2) \cdot T_{-1}^2 + K^2$$

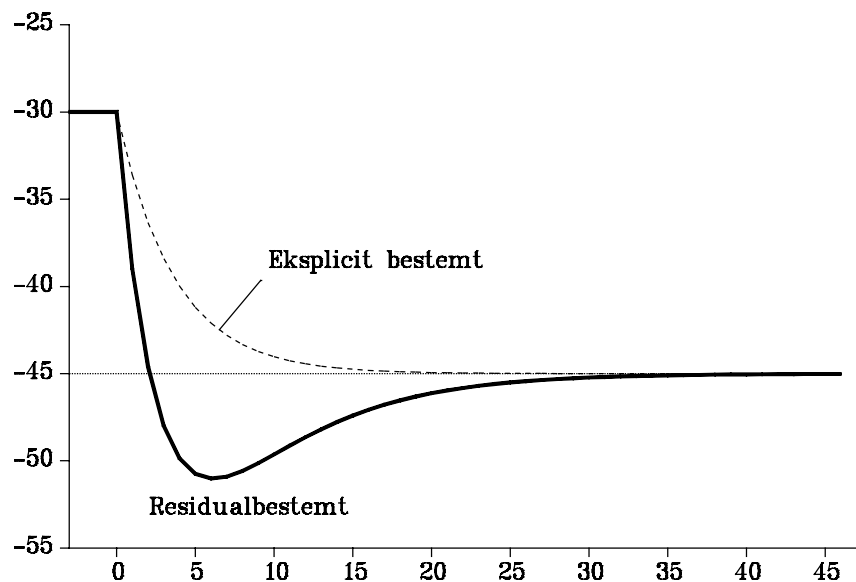
$$T^3 = (1-a^3) \cdot T_{-1}^3 + K^3$$

Det vil være naturligt, hvis afdragsandelen i den sidste sektor kunne opfattes som en vægtet gennemsnit af afdragsandelene i de to øvrige sektorer. Et naturligt valg for afdragsandelen i den sidste sektor kunne være

$$a^3 = \frac{a^1 \cdot \text{abs}(Ti^1) + a^2 \cdot \text{abs}(Ti^2)}{\text{abs}(Ti^1) + \text{abs}(Ti^2)}$$

hvor T_i opfattes som sektorens langsigtede rentestrøm $= K^i/a^i$ (hvor $K = a \cdot 1/2(Wf_{i1} + Wf_{i2}) \cdot if$). For at opnå en konstant afdragsandel kunne udtrykket evalueres som et gennemsnit over en historisk periode.

Tages udgangspunkt i beregningseksemplet jf. tabel og figur 1, hvor $a^1=0.3$, og $a^2=0.15$, $T^1 = 135$ og $T^2 = -90$ vil det jf. ovenstående være naturligt at sætte $a^3 = (0.3 \cdot 135 + 0.15 \cdot 90)/(135 + 90) = 0.24$ og $K^3 = a^3 \cdot (-K^1 - K^2) = -10.8$. Dette ville give anledning til følgende tilpasningsproces, der umiddelbart kan sammenlignes med figur 1:



Forskellen mellem den eksplicit formulerede rentestrøm og den residualt bestemte er udtryk for en afvigelse fra identiteten: $\sum \text{renteudgifter} = \sum \text{renteindtægter}$.