

Sammenligning af 2. generations translog- og CES-estimationer

Resumé:

Dette papirs formål er at sammenligne CES- og TL-funktionerne estimeret med 2. generations dynamik for et enkelt (aggregeret) erhverv. Det er valgt kun at præsentere resultater for ét konkret valg af nestningsstruktur, kortsigtsdynamik osv. Til gengæld præsenteres resultaterne ret grundigt med vægt på en forståelse af egenskaberne mere end af teknikken.

I papirets første afsnit opridses kort hvilke data, det er valgt at anvende i faktorefterspørgselsmodelleringen. Herefter følger to afsnit, der resumerer hhv. TL-estimationsligningerne og den nastede CES-funktion.

I afsnit 4 sammenlignes TL- og CES-estimationerne. De grundlæggende antagelser – konstant skalaafkast, nestningsstruktur $\{(K,E),L\},M\}$ osv. – er de samme i disse to estimationer. Det vises, at TL og CES med disse restriktioner langt hen ad vejen giver de samme egenskaber både på kort og på langt sigt; størst forskel er der for energiens vedkommende. Estimationsresultaterne præsenteres på forskellig vis med bl.a. dekomponeringer, multiplikatorer o.m.a.

Papiret giver ikke anledning til et endeligt valg mellem TL og CES. Dog peger problemer i TL med (mere) varierende priselasticiteter og måske også med større problemer i forbindelse med fremskrivningen af de teknologiske fremskridt i retning af et lille plus til CES.

udbud.jsm

Nøgleord: udbud CES translog multiplikatorer data faktorefterspørgsel beskæftigelse investeringer kapital energi produktivitet

Indledning

Dette papir er tænkt som en slags opsamlingspapir, og det er ikke formålet, at der skal vindes nyt land. Langt de fleste ting, der står i dette papir, er således nævnt i tidligere modelgruppepapirer; for gennemgang af teorien bag og teknikken i det hidtidige arbejde med konsistente faktorefterspørgselsfunktioner henvises til disse papirer.¹ Dette papir adskiller sig således primært fra sine forgængere ved vægtningen af indholdet; i dette papir er således lagt relativt megen vægt på at præsentere og kommentere de empiriske resultater og egenskaber, mere end på teori og teknik.

I *afsnit 1* gøres status over de anvendte data. *Afsnit 2 og 3* indeholder en kort præsentation af hhv. CES- og TL-funktionerne, herunder estimationsligningerne. Disse afsnit er papirets mest formeltunge, og hvis man har funktionsformerne i hovedet, kan afsnittene evt. springes over. *Afsnit 4* udgør den største del af papiret. I *4.1* redegøres for sammenligningsgrundlaget for de præsenterede estimationer. *4.2* indeholder en sammenligning af resultaterne og egenskaberne i hhv. CES og TL; det drejer sig om præsentation af priselasticiteterne, en præsentation af den historiske forklaringssevne (der også kort sammenlignes med ADAMs nuværende), en diskussion af de langsigtede faktorniveauer (og afvigelser herfra) og endelig en diskussion af de estimerede teknologiske fremskridt. *Afsnit 4.3* indeholder dekomponeringer af fejlkorrigeringsligningerne og de estimerede langsigtede sammenhænge. Endelig indeholder *4.4* en kort præsentation af multiplikatoregenskaberne; afsnittet afsluttes med en diskussion af, om vi i de estimerede 2. generationsmodeller "er på produktionsfunktionen på kort sigt".

1. Status over anvendte data

I dette afsnit gives en meget kort præsentation af de anvendte data. Der går på ingen måde i detaljer med datakonstruktionen, men angives blot de allervigtigste ting, à la om det er mand eller mandetimer, og hvordan det nu er, at kapitalapparatet er konstrueret.²

¹Blandt de tidligere modelgruppepapirer kan nævnes *Kort- og langsigtsfaktorefterspørgselsfunktioner baseret på CES produktionsfunktionen*, Per Bremer Rasmussen, 8. juni 1993, *Translog-omkostningsfunktioner: Teoretiske egenskaber, og opstilling af estimationsligninger*, Per Bremer Rasmussen, 26. april 1992, *Estimation af faktorefterspørgselsfunktioner baseret på 2. generations dynamik og translog- eller CES-omkostningsfunktionen*, Per Bremer Rasmussen, 24. juli 1993.

²De anvendte data er mere detaljeret beskrevet i modelgruppepapir *Data til modellering af udbudssiden i ADAM II*, Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen, 13. marts 1992. Siden da er der sket en del mindre ændringer. Disse ændringer vil blive dokumenteret i et kommende modelgruppepapir, der i dag foreligger i en foreløbig udgave (kan fås ved henvendelse til Thomas Thomsen). Dette papir rummer desuden en variabeliste over den særskilte databank (ved navn UDBUD), som består af data i tilknytning til udbudsprojektet.

Kapitalapparat (K)

Der estimeres kun maskinkapital; bygningskapitalen beskrives ikke. Kapitalapparatet (dvs. maskinkapitalen) er konstrueret ud fra erhvervsfordelte bruttoinvesteringer og en fast afskrivningsrate, som for erhvervene som helhed er på omkring 15%. Til sammenligning kan det nævnes, at den nuværende fysiske afskrivningsrate i ADAM er ca. 8%.

Afskrivningsrate og et udgangsniveau for kapitalapparatet (et såkaldt "benchmark") er for hvert erhverv fundet på følgende måde. Først er der lavet et såkaldt "sudden-death"-kapitalapparat ved løbende at tage summen af bruttoinvesteringerne i de sidste seks år. Dernæst er den gennemsnitlige afskrivningsrate i "sudden-death"-kapitalapparatet beregnet. Denne værdi bruges nu som afskrivningsrate i det "rigtige" kapitalapparat, idet 1972-værdien for "sudden-death"-kapitalapparatet bruges som udgangsniveau for det "rigtige" kapitalapparat. Afskrivningsraten på omkring 15% modsvarer altså en levetid på omkring seks år.

Pris på kapitalapparatet (uc)

Der bruges et usercost-udtryk, som teoretisk svarer til det, der allerede bruges i ADAMs investeringsligninger. I usercost-udtrykket indgår således rente, forventede prisstigninger på kapitalapparatet, beskatningsregler og fysisk afskrivningsrate. Usercostudtrykket indeholder desuden en konstant "risikopræmie", som sikrer, at erhvervenes "rene" profit i gennemsnit har været omkring nul i den historiske periode. Denne "rene" profit er rensset for aflønning af selvstændige.

Tidsserierne for faktorefterspørgsler og -priser er gengivet i appendiks 1.

Arbejdskraft (L)

Som mål for arbejdskraften bruges antal præsterede arbejdstimer. Der skelnes ikke mellem arbejder-timer og funktionær-timer, og tallet fås ved først at korrigere ADAMs beskæftigelsestal for omfanget af deltidsbeskæftigede og dernæst at gange med den gennemsnitlige årlige arbejdstid for heltidsansatte; arbejdstidsbegrebet er således bl.a. inkl. overarbejde. Selvstændige (selvstændiges præsterede arbejdstimer) er ikke med i arbejdskraftbegrebet.

Pris på arbejdskraft (w)

Timelønningerne i de enkelte erhverv fås ved at dividere erhvervets lønsum med antal præsterede arbejdstimer. I timelønnen vil der derfor også være indeholdt evt. overarbejdsbetaling. Timelønningerne følger grundlæggende ADAMs $lnak$.

Energi (E)

Erhvervenes energiforbrug er defineret som det pågældende erhvervs input fra olieraffinaderier (*ng*), el-, gas- & fjernvarmeforsyning (*ne*) samt de tre energiimportvarer: kul & koks (*m3k*), råolie (*m3r*) og olieprodukter mv. (*m3q*). Disse tal fås enkelt fra ADAMs i-o system.

Pris på energi (pe)

Erhvervenes energipriser fås som deflatoren på energiforbruget. Disse priser afhænger grundlæggende af priserne på leverancer fra de to indenlandske energierhverv (raffinaderier og el; se ovenfor), prisen på energiimportvarerne, energiavgifter samt eventuel prisdiskriminering.

Materialer (M)

Materialeforbruget fås simpelt ud fra ADAMs i-o system. Det er de leverancer til erhvervet fra andre erhverv og import, som *ikke* har noget med energi at gøre.

Pris på materialer (pm)

Priserne på materialer er deflatoren på erhvervets materialeforbrug. Priserne bestemmes af prisen på leverancer fra andre erhverv, importpriserne, afgifter samt eventuel prisdiskriminering.

De samlede omkostninger

For at komme til de samlede omkostninger (=produktionsværdien i løbende priser) skal man til de ovennævnte fire faktorer lægge: *omkostninger til bygningskapital, aflønning af de selvstændige* samt *den rene profit*.

2. CES: Estimationsligninger

2.1. Om den nastede CES-produktionsfunktion

Ved udledning af faktorefterspørgselsligningerne er der anvendt en såkaldt *nestet CES-produktionsfunktion*.³ Når antallet af input er større end to, kan denne betragtes som en generalisering af den formentlig velkendte "normale"

³Det forfærdelige engelsk-danske ord "nestet" kan vel nærmest oversættes til indhyllet/indsvøbt. Forklaringen på navngivningen følger nedenfor.

flerfaktor CES-funktion.⁴ Generaliseringen består i, at man i den nestede CES-funktion tillader at (Allen)substitutionselasticiteten er forskellig input imellem, mens denne er bundet til at være den samme for alle inputs i den ikke-nestede CES-funktion. Dette gør det fordelagtigt at benytte den nestede CES-funktion i empirisk arbejde. Desværre gør det også de afledte faktorefterspørgselsligninger en hel del besværligere at arbejde med.

Ideen i den nestede CES-funktion er, at de enkelte produktionsfaktorer knyttes sammen trin for trin (nest), hver gang ved hjælp af en normal CES-funktion. Man benytter simpelthen CES-funktionen "på sig selv". Hvis der opereres med fire faktorer og tre nestnings-niveauer, kan den samlede produktionsfunktion skrives

$$Y = \left[\delta_3 X_{123}^{-\rho_3} + (1 - \delta_3) X_4^{-\rho_3} \right]^{-\frac{1}{\rho_3}}$$

hvor

$$X_{123} = \left[\delta_2 X_{12}^{-\rho_2} + (1 - \delta_2) X_3^{-\rho_2} \right]^{-\frac{1}{\rho_2}}$$

$$X_{12} = \left[\delta_1 X_1^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) X_2^{-\rho_1} \right]^{-\frac{1}{\rho_1}}$$

Der er her set bort fra konstant- og trend-led. De langsigtede efterspørgselsfunktioner viser sig at være funktioner af blandt andet $\sigma_i = 1/(1+\rho_i)$, $i=1,2,3$. Det kan vises, at σ_3 er lig substitutionselasticiteten mellem X_4 og X_i , $i=1,2,3$. De resterende substitutionselasticiteter er ikke konstante, idet det kan vises, at de afhænger af σ_1 , σ_2 , σ_3 og de optimale omkostningsandele.⁵ De tre δ -parametre er uinteressante fordelingsparametre, og kan kun i visse specialtilfælde gives en strukturel fortolkning (fx i Cobb-Douglas (CD)).⁶

⁴Den normale to-faktor CES-funktion er

$$Y = \left[\delta X_1^{-\rho} + (1 - \delta) X_2^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}$$

mens den normale flerfaktor CES-funktion er

$$Y = \left(\sum_{i=1}^N \delta_i X_i^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}$$

⁵I PBR 8.juni vises den præcise sammenhæng mellem omkostningsandele og substitutionselasticiteter. For $\rho = \rho_1 = \rho_2 = \rho_3$ er substitutionselasticiteten konstant og ens for alle input, og er givet ved $\sigma = 1/(1+\rho)$. Den nestede CES-funktion er således et specialtilfælde af den ikke-nestede CES-funktion.

⁶For $\sigma = 1$ er kan førsteordensbetingelsen skrives $P_1 X_1 / P_2 X_2 = \delta / (1 - \delta)$, således at $s_1 = \delta$ og $s_2 = 1 - \delta$, hvor s betegner omkostningsandel.

2.2. Faktorefterspørgslen på langt sigt

Faktorefterspørgselsligningerne udledes på baggrund af den givne produktionsfunktion og en antagelse om omkostningsminimering, idet produktionsniveauet og faktorpriser er givet. En gennemgang af denne udledning kan findes i PBR 8.juni 1993, hvor faktorefterspørgselsfunktionerne også er opskrevet. I førnævnte udledning er der dog ikke taget hensyn til muligheden for faktorforvridende (ikke-neutrale) teknologiske fremskridt. Disse kan indføres på følgende vis:

Nestet mellem X_1 og X_2 skrives som

$$X_{12} = \left[\delta_1 (e^{\lambda_1 t} X_1)^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) (e^{\lambda_2 t} X_2)^{-\rho_1} \right]^{-\frac{1}{\rho_1}} \quad (1)$$

Udtrykket $\exp(\lambda_i t) X_i$ udtrykker er den effektive input-mængde af faktor i .⁷ Hvis λ_1 og λ_2 er positive, er vækst i X_{12} mulig på trods af en konstant indsats af X_1 og X_2 – eller ækvivalent – X_{12} kan holdes konstant, selv om X_1 og X_2 sænkes med hhv. λ_1 og λ_2 % om året. Det bør bemærkes, at λ_1 og λ_2 er "sammensat" af såkaldte *neutrale* og *ikke-neutrale* teknologiske fremskridt. Neutrale fremskridt defineres i denne sammenhæng, som fremskridt der er fælles for alle inputfaktorer, dvs. gør *alle* inputfaktorer mere effektive.⁸ Tillægsordet "neutral" henfører til de optimale faktorforhold, idet disse ikke berøres af denne form for fremskridt, (der jo netop er fælles for alle faktorer). Heraf følger, at ikke-neutrale teknologiske fremskridt er fremskridt, som ændrer de optimale faktorforhold. Dette er altså effektivitetsforbedringer, som er faktorspecifikke, dvs. relaterer til en enkelt inputfaktor.⁹

De to sidste nest svarende til (1) er

$$X_{123} = \left[\delta_2 X_{12}^{-\rho_2} + (1 - \delta_2) (e^{\lambda_3 t} X_3)^{-\rho_2} \right]^{-\frac{1}{\rho_2}}$$

$$Y = k A(t) \left[\delta_3 X_{123}^{-\rho_3} + (1 - \delta_3) (e^{\lambda_4 t} X_4)^{-\rho_3} \right]^{-\frac{1}{\rho_3}}$$

Her kan flere ting bemærkes. For det første er der ikke påklippet nogen trendfaktor på input-aggregaterne X_{12} og X_{123} . Dette skyldes, at teknologiske fremskridt henførende til disse aggregater allerede er indeholdt i X_{12} 's og X_{123} 's

⁷Af estimationshensyn er det valgt at skrive vækstfaktoren som $\exp(\lambda t)$ istedet for det i diskret tid matematisk set mere korrekte udtryk $(1+\lambda)^t$. For små lambda er dette numerisk ligegyldigt.

⁸Et eksempel kunne være organisationsforbedringer indenfor virksomheden.

⁹Et oplagt eksempel er "on the job-training", som gør inputtet arbejdskraft mere effektivt, eller udbytningen af en 386-processor med en 486, som gør inputtet kapital mere effektivt.

komponenter, dvs. X_1 , X_2 og X_3 . For det andet er endnu et trendled – $A(t)$ – dukket op foran den samlede CES-funktion. $A(t)$'s funktion er at korrigere for eventuelle ikke-lineariteter i de neutrale fremskridt. $A(t)$ kan ikke indeholde $\exp(\text{lineær funktion af } t)$, idet dette er indeholdt i de enkelte inputfaktorer; hvis, der indgik en lineær funktion af tiden i $A(t)$, ville der blive perfekt multikollinearitet.

Parametrene $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ kan fortolkes som effektivitetsparametre for de fire inputfaktorer. Konsekvensen af indførelsen af disse er, at de effektive inputpriser ændres fra P_i til $P_i/\exp(\lambda_i t)$, dvs. for konstant P_i og $\lambda_i > 0$, bliver faktor X_i – målt effektivt – billigere over tid.

Det blev før nævnt, at trendledene $\exp(\lambda_i t)$ indeholdte både neutrale og ikke-neutrale teknologiske fremskridt. Da det kan være ønskeligt at få separeret disse, kan (1) omparametriseres til:

$$X_{12} = e^{\gamma_2 t} \left[\delta_1 (e^{\gamma_1 t} X_1)^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) (X_2)^{-\rho_1} \right]^{-\frac{1}{\rho_1}} \quad (2)$$

hvor $\gamma_2 = \lambda_2$ og $\gamma_1 = \lambda_1 - \lambda_2$. Her kan γ_2 fortolkes som vækstraten i de neutrale teknologiske fremskridt, mens γ_1 angiver, hvor meget større (eller mindre) vækstraten i X_1 's ikke-neutrale teknologiske fremskridt er i forhold til X_2 's. Man kan sige, at de ikke-neutrale teknologiske fremskridt identificeres ved at udnævne $\gamma_2 = \lambda_2$ til at være lig de neutrale teknologiske fremskridt, således at enhver forskel mellem λ_1 og λ_2 må tilskrives de ikke-neutrale teknologiske fremskridt. At γ_2 faktisk er neutral fremgår af, at hvis de relative priser er konstante – som de fx kunne være i en fremskrivning – vil det optimale X_1/X_2 -forhold ændres med $-(1-\sigma_1)\gamma_1$ % om året.¹⁰ Vækstraterne i niveauerne X_1 og X_2 vil derimod ikke være konstante, se afsnit 4.2.6.

De to andre nest bliver:

$$X_{123} = \left[\delta_2 (e^{\gamma_2 t} X_{12})^{-\rho_2} + (1 - \delta_2) (X_3)^{-\rho_2} \right]^{-\frac{1}{\rho_2}} \quad (3)$$

$$Y = k e^{(\gamma^* t^2 + \gamma_4 t)} \left[\delta_3 (e^{\gamma_3 t} X_{123})^{-\rho_3} + (1 - \delta_3) (X_4)^{-\rho_3} \right]^{-\frac{1}{\rho_3}} \quad (4)$$

I (4) er medtaget en kvadratisk trend, som er neutral for alle inputs. Udtrykket $\exp(\gamma_4 t + \gamma^* t^2)$ kan fortolkes som "inputtet" X_{1234} 's teknologiske fremskridt, og kan således tolkes som de neutrale fremskridt, der påvirker alle faktoreres effektivitet på samme vis. Mens det nævnte udtryk er neutral overfor de

¹⁰Det optimale valg af X_1/X_2 er $X_1^* / X_2^* = e^{-(1-\sigma_1)\gamma_1 t} \{ \delta_1 P_2 / (1-\delta_1) P_1 \}^{\sigma_1}$, se nedenfor.

De andre faktorforhold vil også få konstante vækstrater, hvis de relative priser holdes konstante. Eksempelvis vil vækstraten i X_1/X_3 være konstant, hvis P_1/P_3 er konstant.

optimale faktorforhold, indebærer γ -parametrene, at faktorforholdene ændres over tid.¹¹ Det bør understreges, at anvendelsen af γ -parametre i (2) (3) og (4) (i modsætning til brugen af λ 'er i (1)) ikke har konsekvenser for estimationsresultaterne – der er tale om en ren omparametrisering. Valget mellem de to parametriseringer er udelukkende et spørgsmål om enkel tolkning.¹² Det bør bemærkes, at det er vanskeligt analytisk at sige noget simpelt om trendene effekt på faktorniveauerne, idet de indgår uhyre ikke-lineært, se (5) og afsnit 4.2.6.

Man kan nu løse omkostningsminimeringsproblemet med de faktorforvridende teknologiske fremskridt. De optimale faktorniveauer, X_i^* , bliver:

$$\begin{aligned}
 X_1^* &= \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3 + \gamma_2 + \gamma_1)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{\delta_2 P_{123}}{P_{12} e^{-\gamma_2 t}}\right)^{\sigma_2} \left(\frac{\delta_1 P_{12}}{P_1 e^{-\gamma_1 t}}\right)^{\sigma_1} \\
 X_2^* &= \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3 + \gamma_2)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{\delta_2 P_{123}}{P_{12} e^{-\gamma_2 t}}\right)^{\sigma_2} \left(\frac{(1-\delta_1) P_{12}}{P_2}\right)^{\sigma_1} \\
 X_3^* &= \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{(1-\delta_2) P_{123}}{P_3}\right)^{\sigma_2} \\
 X_4^* &= \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4)t} \left(\frac{(1-\delta_3) P_{1234}}{P_4}\right)^{\sigma_3}
 \end{aligned} \tag{5}$$

¹¹Det skal bemærkes, at den her skitserede dekomponering af teknologiske fremskridt i neutrale og ikke-neutrale bidrag ikke er entydig. Fx. kunne man i første nest have valgt at sætte $\exp(\gamma_1 t)$ udenfor CES-funktionen i stedet for $\exp(\gamma_2 t)$. Der findes ingen særlige argumenter for det ene frem for det andet.

¹²Sammenhængen mellem gamma- og lambda parametrene er:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 \\
 \lambda_2 &= \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 \\
 \lambda_3 &= \gamma_3 + \gamma_4 \\
 \lambda_4 &= \gamma_4
 \end{aligned}$$

mens

$$A(t) \text{ (fra } Y\text{-formlen på side 6)} = \exp(\gamma^* t^2).$$

Dette indebærer, at den effektive indsats af faktor i kan skrives: $X_i \exp(\gamma^* t^2 + \lambda_i t)$. CES-funktionens egenskaber gør, at de "neutrale" teknologiske fremskridt ($=\gamma^* t + \gamma_4$) kan "sættes uden for".

hvor

$$P_{12} = \left[\delta_1^{\sigma_1} (P_1 e^{-\gamma_1 t})^{1-\sigma_1} + (1-\delta_1)^{\sigma_1} P_2^{1-\sigma_1} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_1}}$$

$$P_{123} = \left[\delta_2^{\sigma_2} (P_{12} e^{-\gamma_2 t})^{1-\sigma_2} + (1-\delta_2)^{\sigma_2} P_3^{1-\sigma_2} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_2}}$$

$$P_{1234} = \left[\delta_3^{\sigma_3} (P_{123} e^{-\gamma_3 t})^{1-\sigma_3} + (1-\delta_3)^{\sigma_3} P_4^{1-\sigma_3} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_3}}$$

Ligningerne for $X_1^* - X_4^*$ beskriver altså faktorefterspørgslen på *langt sigt* og kan som sådan betragtes som kointegrationsrelationer.

2.3. Faktorefterspørgslen på kort sigt

Da man normalt må regne med, at faktorefterspørgslen er træg (i hvert fald for visse input-typer), giver ovenstående ligninger for restriktiv en beskrivelse af den kortsigtede faktorefterspørgsel. Det er derfor, som beskrevet i PBR 24.juli 1993, valgt at benytte en multivariat fejlkorrektionsmodel til at beskrive den kortsigtede faktorefterspørgsel:

$$\begin{aligned} \Delta \log X &= K^X \Delta \log X_{-1} + K^P \Delta \log P + \\ &K^Y \Delta \log Y + K^E (\log X_{-1}^* - \log X_{-1}) + \varepsilon \end{aligned} \quad (6)$$

hvor $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)'$, $P = (P_1, P_2, P_3, P_4)'$. Uden restriktioner er der $16 + 16 + 4 = 36$ *kortsigtsparmetre*. Hertil kommer 16 tilpasningsparametre, plus de 12 langsigtsparmetre indeholdt i X^* . Det synes derfor hensigtsmæssigt at lægge restriktioner på systemet. Konkret er følgende restriktioner pålagt^{13 14}:

¹³Se PBR 24.juli for test af disse og andre restriktioner.

¹⁴I det følgende betegner X_1 inputtet kapital

$$K^X = \begin{bmatrix} K_{11}^X \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 0_{4 \times 3}, \quad K^P = \begin{bmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & -\sum_{i=1}^3 K_{1i}^P \\ K_{21}^P & K_{22}^P & K_{23}^P & -\sum_{i=1}^3 K_{2i}^P \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & -\sum_{i=1}^3 K_{3i}^P \\ K_{41}^P & K_{42}^P & K_{43}^P & -\sum_{i=1}^3 K_{4i}^P \end{bmatrix}$$

$$K^E = \begin{bmatrix} K_{11}^E & 0 & 0 & 0 \\ K_{21}^E & K_{22}^E & 0 & 0 \\ K_{31}^E & 0 & K_{33}^E & 0 \\ K_{41}^E & 0 & 0 & K_{44}^E \end{bmatrix}$$

Restriktionen på K^X betyder, at der kun er lagget endogen i K-ligningen. Restriktionen på K^P kan fortolkes som kortsigtet prishomogenitet, mens restriktionen på K^E implicerer, at det udover egeneffekter kun er uligevægte i K , som har konsekvenser for tilpasningen mod X^* . Restriktionerne nedsætter antallet af kortsigtsparametre til 17 og antallet af tilpasningsparametre til 7.

2.4. Estimation

Selve estimationsligningerne findes ved at indsubstituere ligningerne for de ønskede faktorniveauer (5) i fejlkorrigeringsmodellen (6). Herefter kan systemet i princippet estimeres ved hjælp af LSQ-ordren i TSP. Det viste sig imidlertid hurtigt, at dette ikke var muligt på grund af det store antal parametre, og de stærkt ikke-lineære ligninger. I stedet er estimationen "delt op" i enkelte trin:

I ligning (6) estimeres først langsigtsparemetrene (dvs. de 12 parametre i (5)), hvor kortsigts- og tilpasningsparametrene holdes konstant. Herefter estimeres kortsigts- og tilpasningsparametrene, hvor langsigtsparemetrene holdes konstante. Denne algoritme fortsættes, indtil systemet er konvergeret.¹⁵ Hvis algoritmen stoppes efter én iteration, svarer estimationsmetoden til en multivariat udgave af Granger-Engle 2-trinsmetoden. Det skal understreges, at den beskrevne metode udelukkende er teknisk begrundet, og at den grundlæggende estimationsligning er ligning (6).

¹⁵Konvergenskravet er formuleret på log-likelihoodfunktionen i maksimum

3. Translog-funktionen

I translog-funktionen er det de samlede omkostninger, C , som står på venstresiden, i modsætning til fx CES-funktionen, hvor Y står på venstresiden.

Men lad os forestille os en produktionsfunktion, hvor Y står på venstresiden, dvs. $Y = Y(X_1, \dots, X_4, t)$. Givet denne produktionsfunktion minimerer vi omkostningerne, således at vi får de optimale faktorniveauer. Disse vil afhænge af produktion, faktorpriser og trends, fx $X_1^* = X_1(Y, P_1, \dots, P_4, t)$. De samlede optimale omkostninger, C^* , fås nu som $C^* = \sum P_i X_i(Y, P_1, \dots, P_4, t)$, dvs.

$$C^* = f(Y, P_1, P_2, P_3, P_4, t) \quad (7)$$

I de samlede optimale omkostninger (også kaldet *minimumsomkostningerne*) indgår faktorniveauerne ikke; de er "substitueret væk", således at de samlede omkostninger udelukkende bliver en funktion af produktion, faktorpriser og trends. Givet omkostningsfunktionen kan man imidlertid nemt udlede formler for de optimale faktorniveauer, men der er normalt ingen nem vej til selve den bagvedliggende produktionsfunktion.

Translogfunktionen er en minimumsomkostningsfunktion, som i et givet punkt approksimerer en hvilken som helst minimumsomkostningsfunktion af formen (7). Imidlertid er efterligningen kun *lokal*, idet der er tale om en andenordens logaritmisk taylorapproksimation. Langt væk fra rækkeudviklingspunktet er der ingen garanti for, at funktionen giver noget fornuftigt. Hvor langt "langt" er, er der blevet forsket en hel del i, og sammenfattende kan man sige, at translog-funktionen har et for praktiske formål pænt stort konsistensområde, og at den er specielt velegnet, hvis der er tale om betydelig faktorsubstitution.

Fordelen ved en fleksibel funktionsform som translog er, at der ikke lægges nogen a priori bånd på den; dem kan man selv lægge på i den rækkefølge, man har lyst til.

En andenordens taylorapproksimation til en funktion af to variabler er:

$$\begin{aligned} Y = F(X_1, X_2) &\approx F'_1(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_1 - X_1^0] + F'_2(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_2 - X_2^0] \\ &+ \frac{1}{2} (F''_{11}(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_1 - X_1^0]^2 + F''_{12}(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_1 - X_1^0] [X_2 - X_2^0] \\ &+ F''_{21}(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_2 - X_2^0] [X_1 - X_1^0] + F''_{22}(X_1^0, X_2^0) \cdot [X_2 - X_2^0]^2) \end{aligned} \quad (8)$$

Nuller på variabler angiver disses værdi i rækkeudviklingspunktet. Vi ser, at der skal ganges 1/2 på andenordensleddene, og vi ser desuden, at udtrykket kunne

reduceres, idet $F_{12}'' = F_{21}''$.

Translogfunktionen er lavet helt efter skabelonen i formel (8); blot er alle variabler i logaritmer.¹⁶ C^* er defineret som de samlede omkostninger, dvs. $C^* = P_1X_1^* + P_2X_2^* + P_3X_3^* + P_4X_4^*$:

$$\begin{aligned}
 \log(C^*) &= a_0 + a_1 \log(P_1) + a_2 \log(P_2) + a_3 \log(P_3) + a_4 \log(P_4) + a_y \log(Y) + a_t t \\
 &+ \frac{1}{2} [b_{11} \log(P_1)\log(P_1) + b_{12} \log(P_1)\log(P_2) + b_{13} \log(P_1)\log(P_3) + b_{14} \log(P_1)\log(P_4) \\
 &\quad + b_{21} \log(P_2)\log(P_1) + b_{22} \log(P_2)\log(P_2) + b_{23} \log(P_2)\log(P_3) + b_{24} \log(P_2)\log(P_4) \\
 &\quad + b_{31} \log(P_3)\log(P_1) + b_{32} \log(P_3)\log(P_2) + b_{33} \log(P_3)\log(P_3) + b_{34} \log(P_3)\log(P_4) \\
 &\quad + b_{41} \log(P_4)\log(P_1) + b_{42} \log(P_4)\log(P_2) + b_{43} \log(P_4)\log(P_3) + b_{44} \log(P_4)\log(P_4) \\
 &\quad + b_{y1} \log(Y)\log(P_1) + b_{y2} \log(Y)\log(P_2) + b_{y3} \log(Y)\log(P_3) + b_{y4} \log(Y)\log(P_4) \\
 &\quad + b_{t1} t \log(P_1) + b_{t2} t \log(P_2) + b_{t3} t \log(P_3) + b_{t4} t \log(P_4) \\
 &\quad + b_{ty} t \log(Y) + \frac{1}{2} a_{yy} \log^2(Y) + \frac{1}{2} a_{tt} t^2
 \end{aligned} \tag{9}$$

Det første, vi nu gør, er at sørge for, at matricen af b_{ij} -er er symmetrisk og summer til nul række- og søjlevis. Desuden skal a_i -erne summe til én, mens b_{yi} -erne hhv. b_{ti} -erne summer til nul. Disse krav sikrer prishomogenitet (dvs. at omkostningerne stiger med 1%, når alle faktorpriser stiger med 1%) og Slutsky-symmetri og er derfor indiskutable.

Der gælder altså følgende restriktioner:

$$b_{ij} = b_{ji}, \quad \text{for alle } i, j \tag{a}$$

$$\sum_j b_{ij} = 0, \quad \text{for alle } i \text{ (dvs. rækkevis)} \tag{b}$$

$$\sum_i b_{ij} = 0, \quad \text{for alle } j \text{ (dvs. søjlevis)} \quad (\text{gælder givet (a) og (b)}) \tag{c}$$

¹⁶Tiden t er dog (strengt taget) ikke i logaritmer, men bidraget fra tiden skal også snarere opfattes som en eksponentiel trend, svarende til, at vi har en forklarende variabel $\text{teknfrmskr} = \exp(t)$, således at $\log(\text{teknfrmskr}) = t$. Variablerne er i translogfunktionen normeret i et givet år (rækkeudviklingsåret), således at P_1 - P_4 og Y er lig én, mens t er lig nul. På den måde slipper vi for at have P_1^0 - P_4^0 , Y^0 og t^0 stående i formlerne. Rækkeudviklingsåret er i de konkrete estimationer 1989.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 \quad (\text{d})$$

$$b_{y1} + b_{y2} + b_{y3} + b_{y4} = 0 \quad (\text{e})$$

$$b_{t1} + b_{t2} + b_{t3} + b_{t4} = 0 \quad (\text{f})$$

Uden disse teoretiske restriktioner ville der være 34 parametre at estimere i ligning (9). Imidlertid lægger prishomogenitet og Slutsky-symmetri en hel del a priori bånd på parametrene. Således bliver 4x4-matricen af b_{ij} -er reduceret fra 16 elementer til kun 6 som følge af (a) og (b), og restriktionen på a_i -erne, b_{yi} -erne og b_{ti} -erne sparer yderligere 3 parametre. Se evt. appendiks 2 for et eksempel på en b_{ij} -matrix med homogenitets- og symmetrirestriktioner.

Translogfunktionen i dens mest generelle form i fire-faktortilfældet har således 21 frie parametre. Da der estimeres fire ligninger, indebærer dette, at der er ca. 5 parametre pr. ligning i det mest fleksible tilfælde.

Vi kan nu bruge Shephards lemma, som siger, at omkostningernes elasticitet mht. en af faktorpriserne er lig omkostningsandelen for den pågældende faktor:

$$\frac{dC^*/C^*}{dP_i/P_i} = \frac{d \log(C^*)}{d \log(P_i)} = s_i^*, \quad \text{hvor } s_i^* = \frac{P_i X_i^*}{C^*}$$

Da vi er interesserede i omkostningsandelene differentierer vi altså $\log(C)$ mht. $\log(P_i)$ i ligning (9):

$$\begin{aligned} s_1^* &= a_1 + b_{11} \log(P_1) + b_{12} \log(P_2) + b_{13} \log(P_3) + b_{14} \log(P_4) + b_{y1} \log(Y) + b_{t1} t \\ s_2^* &= a_2 + b_{21} \log(P_1) + b_{22} \log(P_2) + b_{23} \log(P_3) + b_{24} \log(P_4) + b_{y2} \log(Y) + b_{t2} t \\ s_3^* &= a_3 + b_{31} \log(P_1) + b_{32} \log(P_2) + b_{33} \log(P_3) + b_{34} \log(P_4) + b_{y3} \log(Y) + b_{t3} t \\ s_4^* &= a_4 + b_{41} \log(P_1) + b_{42} \log(P_2) + b_{43} \log(P_3) + b_{44} \log(P_4) + b_{y4} \log(Y) + b_{t4} t \end{aligned} \quad (10)$$

De ovennævnte restriktioner (c)-(f) indebærer, at summen af s_i^* -erne altid er én, således at man i virkeligheden kunne undvære én af de ovennævnte ligninger (fx s_4^*) og blot bruge udtrykket $(1-s_1^*-s_2^*-s_3^*)$ i stedet for denne.¹⁷

Omstående tabel giver en oversigt over parametrene i translogfunktionen og deres tolkning.

¹⁷De pålagte homogenitetsrestriktioner sikrer altså, at den såkaldte "adding-up"-betingelse ($\sum s = 1$) er opfyldt.

Tabel 1. Oversigt over parametre i translogfunktionen

Parameter	Antal parametre (4 faktorer)	Kommentar
a_0	(1)	Uinteressant konstantled, som blot fanger, at C^* ikke er normeret til at være 1 i rækkeudviklings-året, samt en evt. residual i C^* i dette år.
$a_i, i \geq 1$	(3)	Parametre, som angiver de ønskede omkostningsandele i rækkeudviklings-året.
a_y	(1)	Den reciprokke af skalagraden; $a_y > 1$ betyder faldende skalaafkast og vice versa. Konstant skalaafkast betyder, at $a_y = 1$.
a_t	(1)	Trend i de samlede omkostninger (eksponentiel). Kan i rækkeudviklingspunktet (sammen med a_{tt}) tolkes som de Hicks neutrale teknologiske fremskridt.
b_{ij}	(6)	Disse parametre er meget interessante, idet de bestemmer graden af faktorsubstitution. Matricen af b_{ij} 'er er symmetrisk og summer til nul række- og søjlevis. Sættes alle b_{ij} 'erne til nul, specialiserer translog-funktionen til Cobb-Douglas-funktionen. $b_{ij} < 0$ indebærer, at faktor-substitutionen er mindre end 1. Bemærk, at b_{ii} skal være mindre end omkostningsandelen for den pågældende faktor, for at egenpris-elasticiteten er negativ.
b_{yi}	(3)	Parametre, som i fravær af konstant skalaafkast beskriver den ikke-lineære ekspansionsvej. Parametrene er nul givet konstant skalaafkast.
b_{ti}	(3)	Trend i omkostningsandelene. Kan i rækkeudviklingspunktet tolkes som Hicks-forvridende teknologiske fremskridt. Da disse parametre summer til nul, kan a_t (og a_{tt}) fortolkes som de teknologiske fremskridt, <i>alle</i> faktorerne har tilfælles, og b_{ti} -erne er så de enkelte faktorerers afvigelse fra denne generelle trend. Man skal være varsom med tolkningen af opdelingen teknologiske fremskridt i "neutrale" og "forvridende"; konkret gælder opdelingen kun i rækkeudviklingsåret, 1989.
b_{ty}	(1)	Vanskeligt fortolkelig parameter, som vel i fravær af konstant skalaafkast beskriver, hvordan skalagraden varierer med tiden. Under konstant skalaafkast er parameteren nul.
a_{yy}	(1)	Skalagraden tillades i fravær af konstant skalaafkast at variere med produktionsniveauet, jf. a_y . Under konstant skalaafkast er parameteren nul.
a_{tt}	(1)	Kvadratisk trend i omkostningsfunktionen. Kan i rækkeudviklingspunktet tolkes som krumningen i den Hicks-neutrale trend, jf. a_t . Man kan tænke på det som væksten i de teknologiske fremskridt – er a_{tt} negativ, er de teknologiske fremskridt aftagende.
I alt	21 parametre	

På dette system kan man nu pålægge egentlige restriktioner; konkret typisk:

- Hvis der skal være konstant skalaafkast, må $b_{ly} = 0$, $b_{y1} = b_{y2} = b_{y3} = b_{y4} = 0$, $a_{yy} = 0$ og $a_y = 1$. Herved spares seks parametre, idet vi allerede har ét bånd på b_{yi} -erne, jf. ovenstående formel (e).
- Vi vil ofte være interesserede i at pålægge separabilitet på den bagvedliggende produktionsfunktion, så translogfunktionen fx bliver en lokal approksimation til en nestet CES-funktion. Disse restriktioner er ikke vanskelige at pålægge, men desværre kan de kun pålægges i rækkeudviklingspunktet (lokalt, dvs. i 1989). Hvis de forklarende variabler ændrer sig meget, kan man således ikke være sikker på, at separabiliteten holder helt (det gælder også den historiske periode). Se afsnittet om separabilitet nedenfor for et eksempel på, hvordan separabilitet lægges på.
- Der kan lægges den restriktion på, at omkostningsfunktionen er konkav i priserne, svarende til at den underliggende produktionsfunktion er konkav (de to ting er ensbetydende). Dette kan sikres både i rækkeudviklingspunktet eller for alle værdier af de forklarende variabler, men det er ret indviklet at lægge på. I øjeblikket nøjes vi med bagefter at teste, om estimationsresultatet er ensbetydende med lokal evt. global konkavitet.¹⁸

I den estimation, vi præsenterer i papiret, er der konkret pålagt konstant skalaafkast, og der er antaget en $\{(K,E),L\},M$ nestningsstruktur. Dette indebærer, at de 21 frie parametre reduceres til 12 parametre, som kan sammenholdes med 3 σ 'er, 3 δ 'er, 5 γ 'er og k i det tilsvarende nastede CES-tilfælde, jf. afsnit 2.2.

3.1. Om separabilitet

Separabilitet er i virkeligheden nogle krav til de partielle priselasticiteter, fx at lønnen w påvirker K og E med samme "styrke" (elasticitet), således at *forholdet* mellem (eller: sammensætningen af) K og E ikke afhænger af w .

De partielle (langsigtede) priselasticiteter er heldigvis dejligt simple:

$$e_{ij} = \frac{b_{ij} + s_i^* s_j^*}{s_i^*} \quad \text{for } i \neq j$$

$$e_{ii} = \frac{b_{ii} + s_i^* s_i^*}{s_i^*} - 1$$

Separabilitet kan som nævnt kun pålægges "lokalt" (dvs. i rækkeudviklings-

¹⁸Man kan diskutere, om ikke konkavitetsrestriktionen er lige så grundlæggende som at lægge prishomogenitet og Slutsky-symmetri på, men som sagt er det indviklet, og det kan desuden vises, at konkavitetsrestriktioner karambolerer med ønsket om fleksibilitet.

punktet/året). Idet s_i^* -erne i dette år er lig a_i -erne, kan man fx sikre, at e_{13} og e_{23} er lig hinanden (svarende til at forholdet mellem faktor ét og faktor to er ikke påvirkes af prisen på faktor tre) ved at pålægge restriktionen¹⁹

$$e_{13} = e_{23} \quad (\text{lokalt}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b_{13} + a_1 a_3}{a_1} = \frac{b_{23} + a_2 a_3}{a_2}$$

Konkret indebærer $\{(K,E),L\},M\}$ -nestningsstrukturen i alt tre restriktioner, jf. evt. fodnote 19.

3.3 Estimation

Vi er naturligvis interesserede i at bestemme faktorniveauerne; dvs.:²⁰

$$X_1^* = \frac{s_1^* C^*}{P_1}, \quad X_2^* = \frac{s_2^* C^*}{P_2}, \quad X_3^* = \frac{s_3^* C^*}{P_3} \quad \text{og} \quad X_4^* = \frac{s_4^* C^*}{P_4}$$

Udtrykket for C^* fås fra selve translog-funktionen (ligning (9)). Omkostningsandelene, s_i^* -erne, fås direkte fra (10). Udtrykkene for de således udledte langsigtede faktorefterspørgselsfunktioner er naturligvis ret indviklede og ikke-lineære, men kan i praksis estimeres i fx TSP (som kan klare restriktioner på tværs af ligninger).

Ligningerne kan betragtes som kointegrationsrelationer, og kortsigtsdynamikken estimeres på præcis samme måde som for CES, jf. afsnit 2.4.

¹⁹Separabilitet svarende til at separere materialerne helt ud fås ved (lokalt) at sætte $e_{14} = e_{24} = e_{34}$; dvs. ved at lægge ialt to yderligere restriktioner på parametrene.

²⁰I de viste formler er der set bort fra, at P_i er normeret til at være lig én i rækkeudviklings-året. For at få de rigtige faktorniveauer skal formlerne blot divideres med prisens størrelse i rækkeudviklings-året.

4. Sammenligning af TL- og CES-estimationerne

Som nævnt i afsnit 3 kan TL-funktionen opfattes som en approksimation til den nestede CES-funktion. Approksimationen gælder imidlertid kun i rækkeudviklingsåret. Man kan sige, at resten af papiret går ud på at undersøge, hvor god approksimationen er.

4.1. Valg af sammenligningsgrundlag

Det er valgt at præsentere TL- og CES-estimationerne for det aggregerede erhverv "xx": *Samlet fremstilling og service mv.* Erhvervet er defineret ved ADAM-erhvervene: *nf, nn, nb, nm, nt, nk, nq, qh, qt, qf, qq, b og a.*²¹

Det er valgt at koncentrere præsentationen om en enkelt standardspecifikation. Den valgte specifikation kan karakteriseres ved:

- $\{(K,E),L\},M\}$ -nestning
- *Konstant skalaafkast og prishomogenitet* (på både kort og langt sigt)
- Der tillades både *neutrale teknologiske fremskridt* (beskrevet ved tiden og tiden i anden) og *faktorforvridende teknologiske fremskridt* (beskrevet ved tiden)
- Kort og langt sigt estimeres simultant (i et trin)
- Dynamikken specificeres som en *fejlkorrktionsmodel*, hvor ændringen i hver af de fire faktorer forklares af:
 - *ændringen i produktionen* samt *ændringen i de fire faktorpriser* (idet koefficienterne summer til 0 – kortsigtsprishomogenitet)
 - *faktorens afvigelse* fra det ønskede langsigtede niveau (lagget)
 - *kapitalapparatets afvigelse* fra det langsigtede, ønskede (lagget)
 - den laggede ændring i kapitalapparatet (kun i ligningen for kapitalapparatet).

Ang. valg af erhverv: Der vil naturligvis gøre sig en lang række specielle forhold gældende for de enkelte erhverv eller grupper heraf. Resultaterne, der præsenteres i dette papir, kan derfor ikke uden videre antages at have generel gyldighed, men det er naturligvis håbet, at de store linier holder.

Ang. nestning: Nestningsstrukturen $\{(K,E),L\},M\}$ svarer til, at producenterne først beslutter sig for det optimale kapital-energi-forhold (givet usercost og energipris, men uafhængigt af løn og materialepris). Derefter fastlægges den optimale sammensætning af KE-nestet og arbejdskraft (givet prisen på KE-nestet og lønnen, men uafhængigt af materialeprisen). Endelig fastlægges materialeforbruget. Tidligere resultater tyder på, at denne nestningsstruktur sandsynligvis er den bedste for serviceerhverv, mens $\{(K,L),E\},M\}$ måske bør anvendes for fremstillingserhverv.

²¹De erhverv, der ikke indgår, er dermed: *e, ne, ng, qs, h og o.*

Ang. homogenitet mv. og teknologiske fremskridt: Tidligere resultater indikerer, at det ikke er problemfrit at pålægge fx kortsigtsprishomogenitet. Imidlertid er sådanne restriktioner særdeles hensigtsmæssige af hensyn til de samlede model-egenskaber. Mht. teknologiske fremskridt har tidligere resultater vist, at det er "nødvendigt" både at operere med neutrale og faktorforvridende teknologiske fremskridt.

Ang. valg af dynamik: Valget af dynamik er ikke åbenlyst, og det kan måske hævdes, at restriktionerne på dynamikken måske er for restriktive. Mest diskutabelt er måske den "diagonale" tilpasningsmatrix (jf. 2.3), samt det forhold, at den laggede ændring i kapitalapparatet indgår i K-ligningen. Dette sidste er som nævnt i et tidligere modelgruppepapir ikke uproblematisk, da det bl.a. giver anledning til over-shooting i kapitalapparatet (se evt. afsnit 4.4 med multiplikatorer); til gengæld elimineres tendensen til positiv autokorrelation.

Generelt om den valgte specifikation kan man sige, at der til den først-kommende modelversion næppe kan blive tale om, at ændre antagelserne om de langsigtede faktorefterspørgsler (konstant skalaafkast). Den konkrete implementering/tolkning af de teknologiske fremskridt står imidlertid endnu åben, men det synes sikkert, at der må tages højde for teknologisk betingede ændringer i faktorforholdene. Også det konkrete valg af dynamik samt evt. nestningsstruktur er fortsat åbent. Vedr. dynamik bør det specielt bemærkes, at hele spørgsmålet om valg af 2. kontra 3. generationsmodeller ikke er afgjort.

4.2. Sammenligning af estimationsresultater og egenskaber

I de følgende to tabeller er gengivet estimationsresultaterne for hhv. TL og CES-estimationerne. I tabel 2 er vist koefficienterne i fejlkorrektionsligningen, jf (6), mens tabel 3 opsummerer de væsentligste egenskaber for langsigts-sammenhængen. De estimerede parametre i de langsigtede faktorefterspørgsler har kun begrænset interesse i sig selv; for fuldstændighedens skyld er disse parametre imidlertid vist i appendiks 2.

Tabel 2. Estimationsresultater, kort sigt – CES og TL
Samlet fremstilling og service, KELM-nest

	ΔY	ΔK_{-1}	Δuc	Δpe	Δw	Δpm	ECM_K	ECM_{egen}	R^2	DW	JB
<i>Kapital</i>											
TL	0.44	0.26	-0.12	-0.02	0.00	0.14		0.35	0.92	1.88	2.46
CES	0.43	0.32	-0.14	-0.01	-0.02	0.18		0.33	0.91	1.87	0.43
<i>Energi</i>											
TL	0.24	•	0.03	-0.22	-0.52	0.71	0.01	0.32	0.64	2.35	6.07
CES	0.29	•	0.01	-0.21	-0.38	0.58	-0.01	0.38	0.61	1.95	9.45
<i>Arbejdskraft</i>											
TL	0.77	•	0.11	-0.03	-0.26	0.18	0.09	0.40	0.84	2.02	0.91
CES	0.76	•	0.11	-0.03	-0.26	0.18	0.08	0.40	0.84	1.99	0.74
<i>Materialer</i>											
TL	1.14	•	0.01	0.00	0.01	-0.02	-0.02	0.35	0.96	1.89	1.31
CES	1.14	•	0.01	0.00	0.01	-0.01	-0.01	0.33	0.95	1.80	1.24

Anm. Venstreside-variablen er $\Delta(\text{faktor})$, hvor Δ ang. log-ændringer. ECM er $[\log(\text{faktor}^0) - \log(\text{faktor})]_{-1}$
 Alle koefficienterne til ændringsleddene kan tolkes som kortsigtselasticiteter.
 JB er Jarque-Bera-testet for normalitet af residualerne (χ^2 med 2 frihedsgrader (95%-fraktil = 5.99))

Tabel 3. Estimationsresultater, langt sigt – CES og TL
Samlet fremstilling og service, KELM-nest

	Priselasticiteter (1989)				Allen-elasticiteter (1989)				CRDW	DF
	uc	pe	w	pm	uc	pe	w	pm		
<i>Kapital</i>										
TL	-0.42	-0.13	0.29	0.26	-4.62	-6.30	0.87	0.47	0.73	-2.62
CES	-0.47	-0.09	0.28	0.28	-5.31	-4.38	0.85	0.51	0.73	-2.51
<i>Energi</i>										
TL	-0.57	0.02	0.29	0.26	-6.30	1.02	0.87	0.47	0.33	-1.57
CES	-0.39	-0.18	0.28	0.28	-4.38	-8.20	0.85	0.51	0.47	-2.43
<i>Arbejdskraft</i>										
TL	0.08	0.02	-0.36	0.26	0.87	0.87	-1.08	0.47	0.25	-1.86
CES	0.08	0.02	-0.38	0.28	0.85	0.85	-1.13	0.51	0.28	-1.70
<i>Materialer</i>										
TL	0.04	0.01	0.15	-0.21	0.47	0.47	0.47	-0.37	0.48	-1.98
CES	0.04	0.01	0.17	-0.22	0.51	0.51	0.51	-0.40	0.41	-1.71

Anm. Allen-elasticitet = Priselasticitet divideret med omkostningsandel ($A_{ij} = e_{ij}/s_j$)
 CRDW er Durbin-Watson-testet fra regressionen af fejlkorrigeringsleddet på en konstant
 DF er Dickey-Fuller-testet (t-værdien til β i regressionen) $\Delta ECM = \alpha + \beta ECM_{-1}$; bemærk, at konstantleddet er medtaget i denne regression, da ECM ikke har gennemsnit lig med 0

Det fremgår af tabellerne 2 og 3, at resultaterne fra CES- og TL-estimationerne

er stort set sammenfaldende.

For *kortsigtsparametrene* gengivet i tabel 2 er sammenfaldet næsten 100% for *K*, *L* og *M*-ligningerne. Kun i ligningen for ændringen i *E* anes en forskel: Større effekter fra ændringen i *w* og *pm* i TL, men lidt mindre effekt fra fejlkorrektionsleddet.

Langsigtssegenskaberne gengivet i tabel 3 viser også stort set sammenfaldende resultater for *K*, *L* og *M*; dette gælder både for priselasticiteterne og for stationaritetstestene. For *E* er der forskelle i priselasticiteten mht. *uc* og *pe*; specielt bemærkes, at egen-priselasticiteten for *E* har forkert fortegn i TL-estimationen.

Generelt bemærkes om estimationerne,

- at *stationaritetsegenskaberne* ikke er overbevisende (for små DF- og CRDW-teststørrelser i tabel 3).
- at effekten fra ΔY er større end én (og dermed større end langsigts-effekten) for materialer, men mindre end én for de 3 øvrige faktorer.
- at effekten fra faktorernes afvigelser fra deres langsigtsniveau er ca. 1/3. *Tilpasningshastigheden* er således næsten den samme for alle 4 faktorer. Effekten fra uligevægten i kapitalapparatet (3. generationseffekten) er relativt begrænset (i *E*-, *L*- og *M*-ligningerne).
- at *krydspriseeffekterne på kort sigt* er stærkt begrænsede. Lidt overraskende ses kun markante effekter fra ændringen i materialeprisen på de øvrige faktorer. Herudover ses en effekt fra lønnen på energiefterspørgslen.
- at *krydspriseeffekterne på langt sigt* er større end på kort sigt. Hverken arbejdskraft eller materialer synes dog påvirkelige af usercost eller energipris; dette er dog ikke overraskende givet den lille omkostningsandel for kapital og energi.
- at *egenpriselasticiteterne* – som de skal være – er negative, dog med undtagelse af energien for TL-tilfældet. Generelt er egenpriselasticiteterne større på langt end på kort sigt.

4.2.1. Priselasticiteter

I tabel 3 blev angivet de langsigtede priselasticiteter beregnet i 1989. I både CES- og TL-estimationerne varierer disse elasticiteter imidlertid med de langsigtede omkostningsandele, idet en højere omkostningsandel for en faktor alt andet lige giver anledning til en højere priselasticitet mht. prisen på den pågældende faktor. Variationer i de langsigtede omkostningsandele vil således medføre variationer i priselasticiteterne.

Med den anvendte nestningsstruktur kan priselasticiteterne i CES beregnes som:

$$e_{KE} = \left(\sigma_{KELM} + \frac{(\sigma_{KEL} - \sigma_{KELM})}{s_K^* + s_E^* + s_L^*} + \frac{(\sigma_{KE} - \sigma_{KEL})}{s_K^* + s_E^*} \right) \cdot s_E^* \quad (11)$$

$$e_{KL} = e_{EL} = \left(\sigma_{KELM} + \frac{(\sigma_{KEL} - \sigma_{KELM})}{s_K^* + s_E^* + s_L^*} \right) \cdot s_L^*$$

$$e_{KM} = e_{EM} = e_{LM} = \sigma_{KELM} \cdot s_M^* \quad e_{ij} \text{ faktor } i\text{'s priselasticitet mht. på prisen på faktor } j,$$

σ_i er den estimerede (konstante) substitutionselasticitet, se evt. appendiks 2.
 s_j^* faktor j 's langsigtede omkostningsandel.

Egenelasticiteterne kan fx bestemmes med udgangspunkt i restriktionen om prishomogenitet:

$$e_{ii} = -\sum_{j \neq i} e_{ij} \quad (12)$$

Med udgangspunkt i disse formler ses præcis, hvorledes priselasticiteterne i CES varierer med omkostningsandelene. Det fremgår bl.a. at de mest simple udtryk fås for krydspriselasticiteterne mht. materialeprisen; eksempelvis er energiens priselasticitet mht. pm lig med: $e_{EM} = \sigma_{KELM} \cdot s_M^*$; nøjagtigt samme udtryk fås for kapitalens eller arbejdskraftens elasticitet mht. pm – se evt. nedenstående figur 2, hvor bl.a. E og K 's elasticitet mht. pm er vist.

For TL-estimationerne kan priselasticiteterne beregnes som:

$$e_{ij} = \frac{b_{ij} + s_i^* s_j^*}{s_i^*} \quad (13)$$

hvor b_{ij} er en konstant estimeret parameter, se evt. appendiks 2. Egenpriselasticiteterne findes ved:

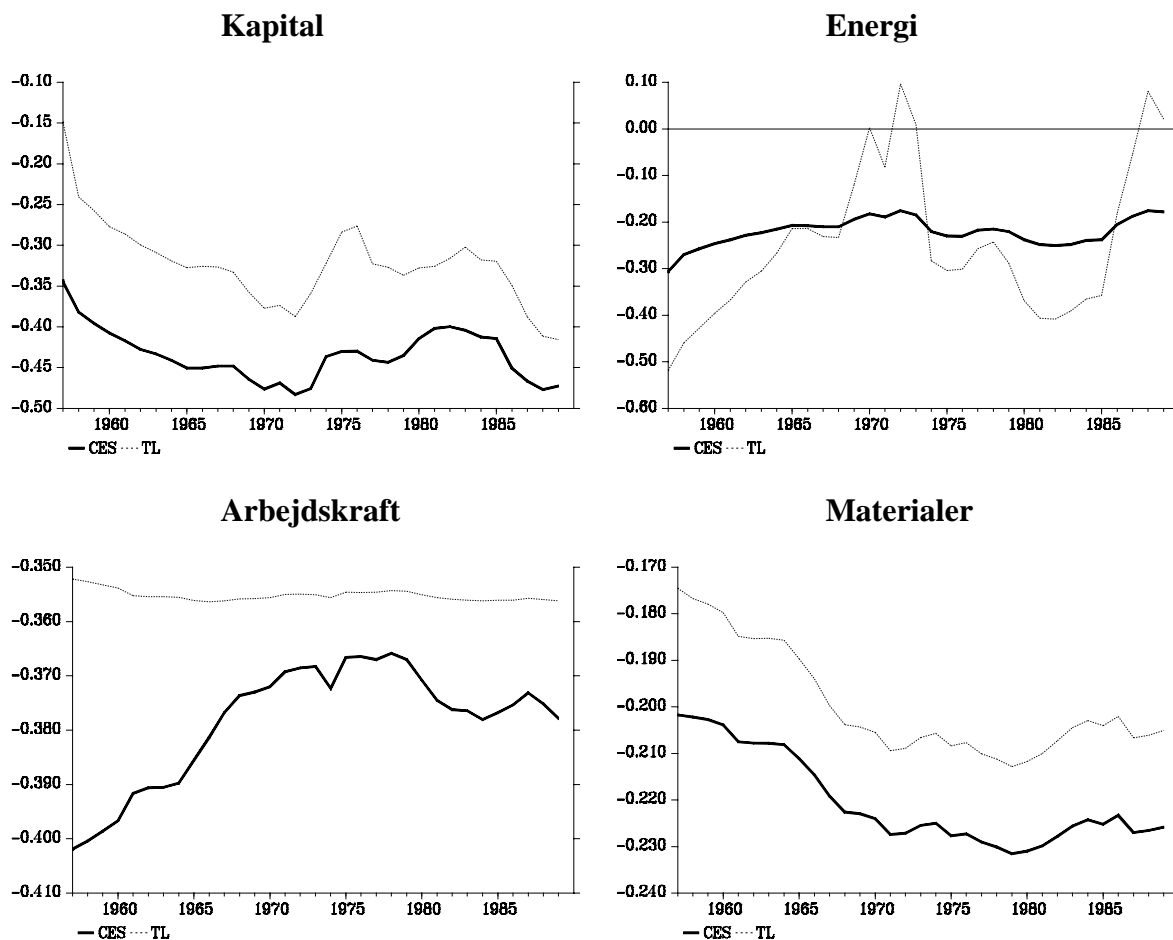
$$e_{ii} = \frac{b_{ii} + s_i^* s_i^*}{s_i^*} - 1 \quad \left(\Leftrightarrow e_{ii} = -\sum_{j \neq i} e_{ji} \right) \quad (14)$$

Det ses heraf præcis, hvorledes priselasticiteterne i TL-estimationerne varierer med de langsigtede omkostningsandelene. Eksempelvis kan energiens priselasticitet mht. pm beregnes som følger: $e_{EM} = (b_{EM} + s_M^* \cdot s_E^*) / s_E^*$.

Det kan næppe på forhånd siges, om priselasticiteterne i CES eller i TL varierer mest. For begge funktionsformer gælder imidlertid, at priselasticiteterne varierer mest, når små (og varierende) omkostningsandele indgår i beregningen; i særdeleshed er der problemer, når den lille omkostningsandel indgår i nævneren. I praksis er omkostningsandelen for energi meget lille og volatil (over estimationsperioden varierende fra 0.018 til 0.040); med udgangspunkt i formlerne er det derfor her, de største problemer med variabilitet må forventes.

Nedenstående er vist figurer med tidsserier for de 4 egenpriselasticiteter. Udviklingen i priselasticiteterne kan evt. sammenholdes med udviklingen i omkostningsandelene, der er vist i appendiks 1.

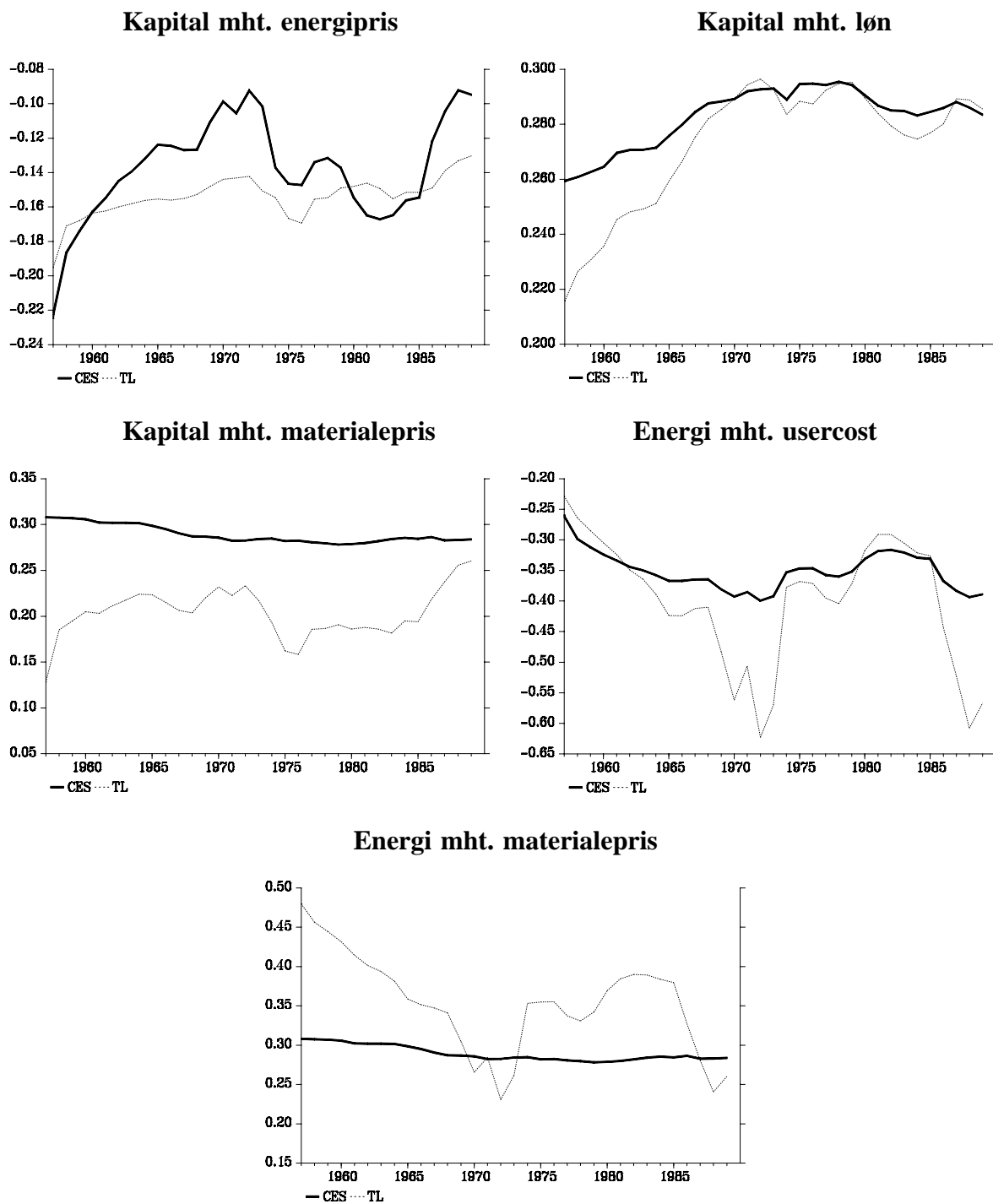
Figur 1. Egenpriselasticiteter



Det fremgår af figurerne, at egenpriselasticiteterne for kapital og materialer varierer stort set parallelt i CES- og TL-estimationerne. Variationsområdet for kapitalens egenpriselasticitet er dog noget større for TL. Hvad angår niveauet for kapitalens elasticitet mht. usercost kan det til sammenligning nævnes, at den i den nuværende investeringsrelation i ADAM er omkring -0.1 . Arbejdskraftens egenpriselasticitet varierer ikke ret meget, hverken i CES- eller TL-estimationerne (og er nærmest konstant i TL). Omvendt er energiens egenpriselasticitet rimeligt stabil i CES-estimationen, men varierer kraftigt i TL; variationen i henhold til TL-estimationen er så kraftig, at den beregnede priselasticitet har forkert fortegn bl.a. i 1989 – hvilket også fremgik af tabel 3.

I nedenstående figurer vises nogle udvalgte krydspriselasticiteter; udvælgelseskriteriet har primært været at vise de priselasticiteter, hvor forskellen mellem CES og TL er mest markant. I omstående tabel 4 er variationsområdet for alle priselasticiteterne vist.

Figur 2. Udvalgte krydspriselasticiteter



Tabel 4. Variationsområde for priselasticiteter

		Priselasticitet							
		Usercost		Energipris		Løn		Materialepris	
		CES	TL	CES	TL	CES	TL	CES	TL
Kapital	Max	-0.34	-0.15	-0.09	-0.13	0.30	0.26	0.31	0.26
	Min	-0.48	-0.42	-0.22	-0.20	0.26	0.22	0.28	0.13
Energi	Max	-0.26	-0.23	-0.18	0.10	0.30	0.32	0.31	0.48
	Min	-0.40	-0.62	-0.31	-0.52	0.26	0.27	0.28	0.23
Arbejdskraft	Max	0.08	0.08	0.04	0.04	-0.20	-0.35	0.31	0.27
	Min	0.05	0.04	0.02	0.02	-0.23	-0.36	0.28	0.26
Materialer	Max	0.05	0.04	0.02	0.04	0.18	0.17	-0.09	-0.17
	Min	0.03	0.01	0.01	0.01	0.15	0.15	-0.22	-0.21

Anm. De skraverede felter er dem, der er vist grafer med.

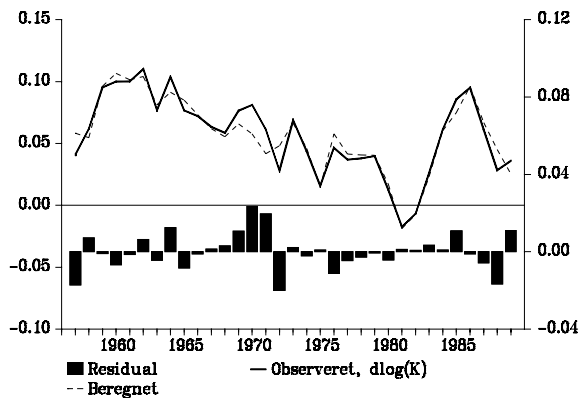
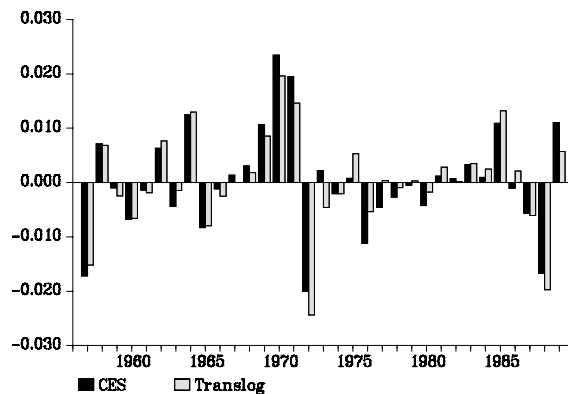
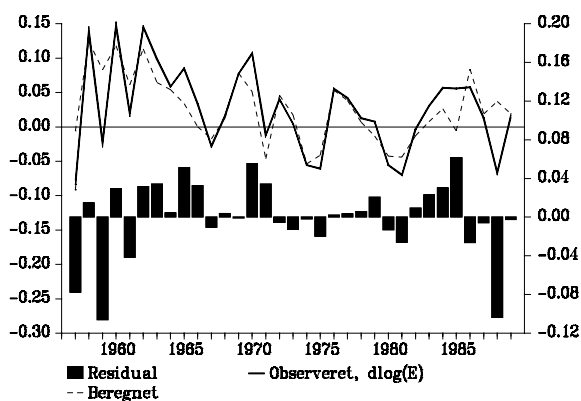
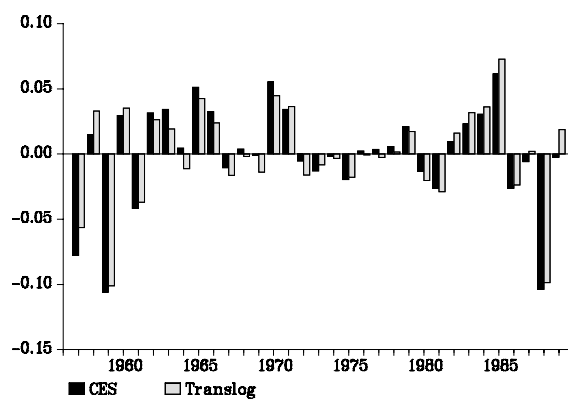
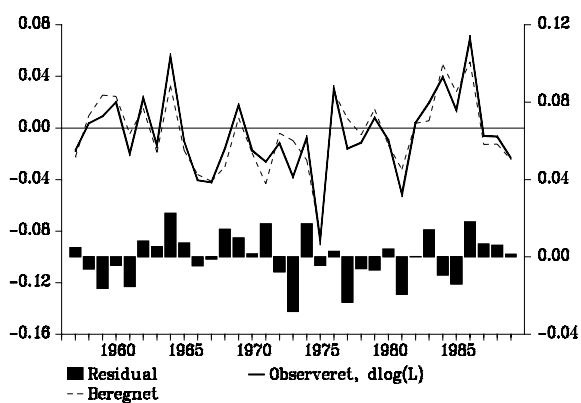
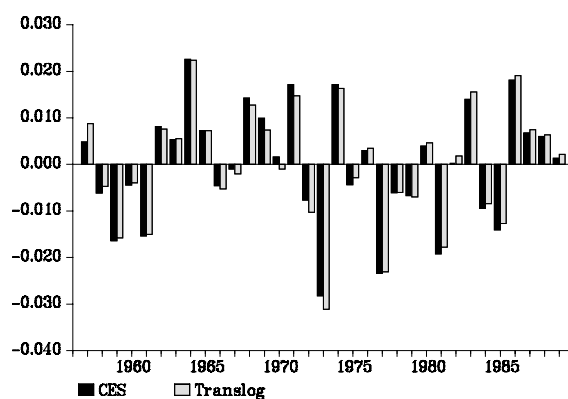
Betragtes graferne med priselasticiteter og tabellen med det historiske variationsområde er det mest karakteristiske nok, at energipriselasticiteterne generelt er de mest volatile, og at de i henhold til TL-estimationerne er endog meget varierende. Generelt er både arbejdskraftens og materialernes priselasticiteter rimeligt stabile over tid både i CES- og TL-estimationerne. Alt i alt stemmer dette fint overens med kommentarerne i forbindelse med formlerne for priselasticiteterne i begyndelsen af dette afsnit: Energiens omkostningsandel er lille (og varierende), mens udgifterne til L og M udgør omkring hhv. 30-35% hhv. 55-60% af de samlede omkostninger.²²

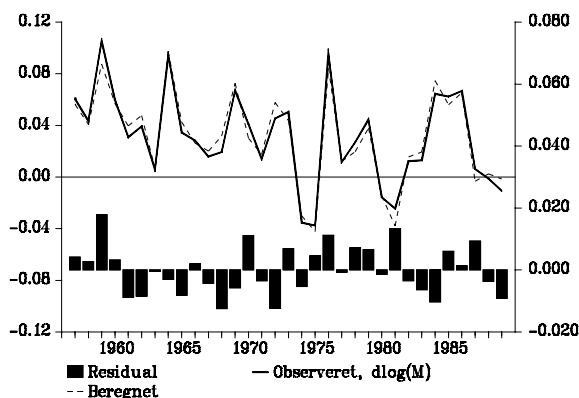
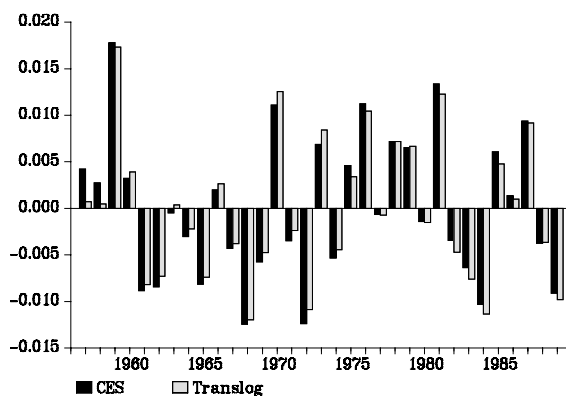
4.2.2. Historisk forklaringsevne

I nedenstående figurer er vist de observerede samt beregnede værdier for estimationerne. I venstre side af figuren er vist observeret og beregnet for CES-estimationerne for de fire produktionsfaktorer. Da de beregnede værdier fra TL-estimationerne er næsten sammenfaldende med CES-værdierne, er der ikke vist selvstændige grafer for disse estimationer. For at muliggøre sammenligning er residualerne for CES- hhv. TL-estimationerne vist i højre del af figuren.

²²Se evt. appendiks 1. Det er i øvrigt bemærkelsesværdigt, at L og M 's samlede omkostningsandel er mere stabil end de to produktionsfaktorer hver for sig; modstykket er naturligvis, at aggregatet K,E , der udgør det inderste nest, også har en rimeligt stabil omkostningsandel (0.08-0.12).

Figur 3. Observeret og beregnet samt residualer

Kapital.**(a) CES, obs. og beregn.****(b) Residualer. CES og TL****Energi.****(c) CES, obs. og beregn.****(d) Residualer. CES og TL****Arbejdskraft.****(e) CES, obs. og beregn.****(f) Residualer. CES og TL**

Figur 3. Observeret og beregnet samt residualer (forts.)**Materialer.****(g) CES, obs. og beregn.****(h) Residualer. CES og TL**

Anm. Da der estimeres i log-ændringer kan skalaen på y-aksen læses som procent

Ved at betragte figurene med residualerne fra de to funktionsformer bekræftes, at der kun er marginal forskel på CES- og TL-estimationerne. Ved en vurdering af den store lighed skal det dog erindres, at kortsigtsdynamikken er formuleret identisk i de to funktionsformer; forskelle fremkommer således udelukkende som følge af forskelle i de estimerede langsigtede faktorniveauer.

Generelt er det vanskeligt at se systematik i residualerne, hvilket jo blot er en bekræftelse af de pæne DW-test fra tabel 2. Hvad angår evnen til beskrivelse imponeres man af graferne for materialer, hvor den beregnede værdi følger svingene i materiale-input næsten 100% ($R^2=96\%$). Det kan bemærkes, at det er effekten fra ændringen i produktionen, der er klart mest betydningsfuld; koefficienten til ΔY har en t-værdi på over 20 og er i øvrigt signifikant større end 1.

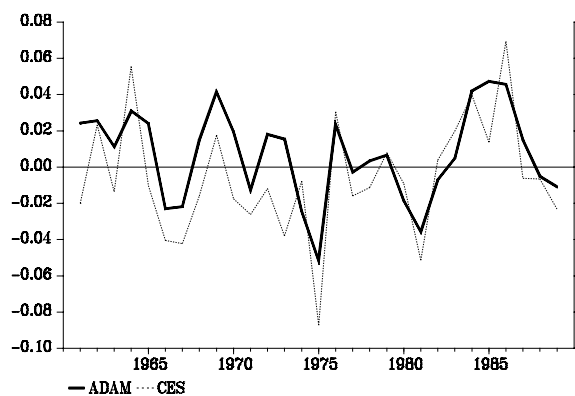
4.2.3. Sammenligning med forklaringen i ADAM

Ved en sammenligning med de nuværende beskæftigelsesligninger i ADAM bør det erindres, at den tidsserie, der skal forklares indholdsmæssig er forskellig. Den væsentligste forskel er, at ADAM forklarer beskæftigelsen i *antal personer*, mens de her præsenterede beskæftigelsesligninger forklarer *antal arbejdstimer*. Derudover er det naturligvis ikke uvæsentligt, at der i ADAM findes beskæftigelsesligninger for de enkelte erhverv (nogle fordelt på arbejdere og funktionærer), mens der i dette papir udelukkende præsenteres estimationer for et aggregeret erhverv. Med disse forbehold in mente vises i nedenstående figur væksten i det for ADAM hhv. CES-funktionen relevante beskæftigelsesmål samt residualerne:²³

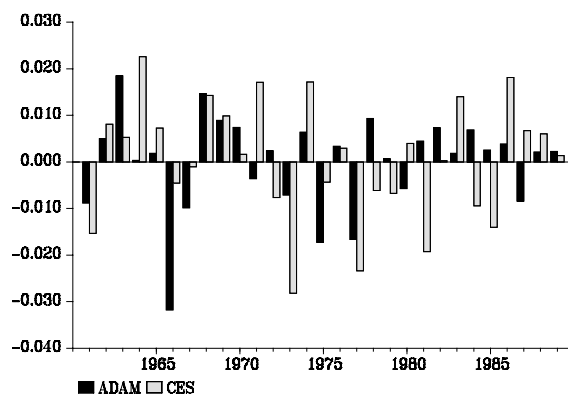
²³Residualerne for ADAM er fremkommet ved at aggregere de modelberegne beskæftigelsestal for de erhverv, der indgår i xx-erhvervet (se evt. afsnit 4.1).

Figur 4. Beskrivelse af arbejdskraften i ADAM og i CES-estimationen

Vækstrate i beskæftigelsen



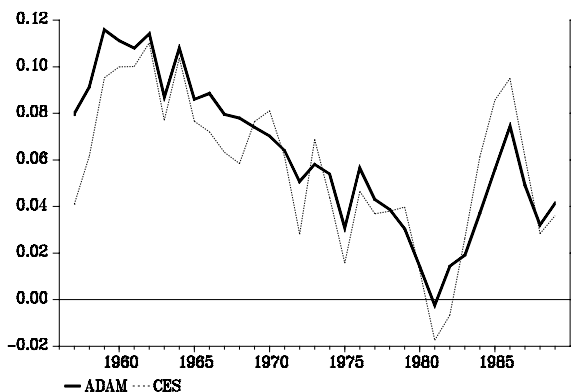
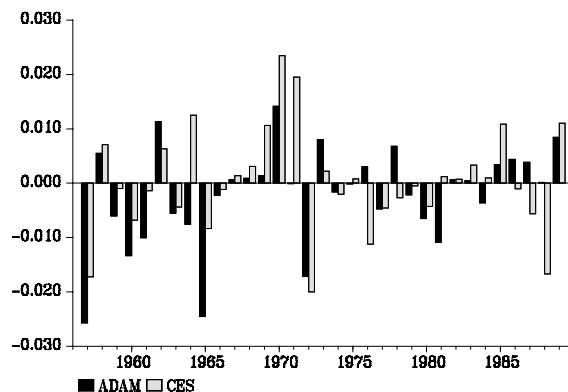
Residualer



Det fremgår, at de observerede tidsserier ikke er ret ens, hvilket dog næsten 100% kan tilskrives ændringer i den gennemsnitlige arbejdstid. Forskellen på residualerne er overraskende stor. Trods forskelle i forklarende variabler og (den forklarede tidsserie) ville man have forventet, at store residualer i den ene specifikation var sammenfaldende med store residualer i den anden. Det fremgår, at dette ikke er tilfældet; bl.a. ses, at der er en tendens til, at de store residualer i ADAM ligger i begyndelse af den viste periode, mens de er mere jævnt fordelt i CES-estimationen. En forklaring på de meget forskellige residualer er nok ændringer i arbejdstiden. Den samlede forklaringssevne er lidt bedre for ADAM, hvilket man dog ikke skal lægge for meget i: RMSE i perioden 1961-89 for residualerne fra ADAM er 0.0101, mens de fra CES-estimationen er 0.0126; i disse tal er det ikke forsøgt at korrigere for det forskellige antal forklarende variabler.

Tilsvarende kan den nuværende maskininvesteringsrelation i ADAM sammenlignes med den her estimerede CES-investeringsligning.²⁴ Det fremgår af venstre del af nedenstående figur, at de variabler, der skal forklares – vækstraten i kapitalapparatet – svarer nogenlunde til hinanden; dog er variabiliteten i ADAMs vækstrater lidt mindre.

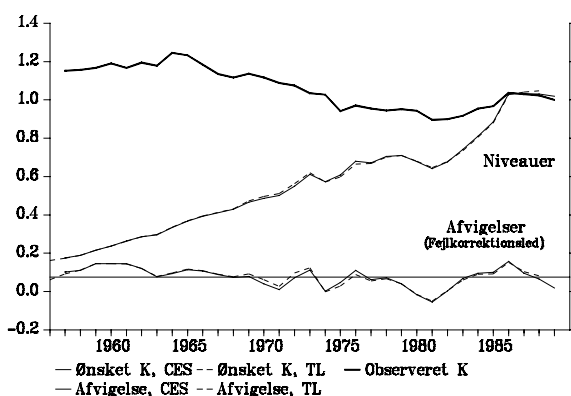
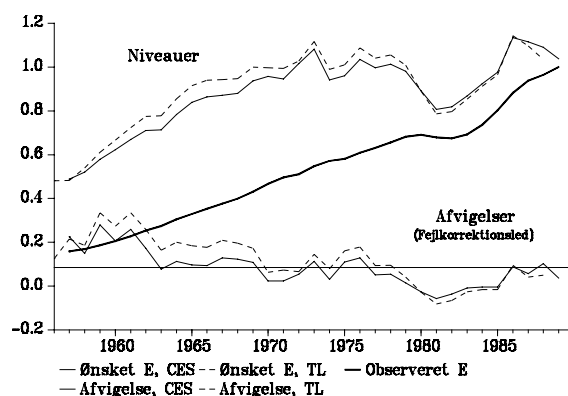
²⁴ADAM-tallene vedrører nettoinvesteringer i forhold til Km_{t-1} . De beregnede nettoinvesteringer er fundet som investeringsrelationens beregnede værdier (bruttoinvesteringer) minus de observerede afskrivninger.

Figur 5. Beskrivelse af kapitalapparatet i ADAM og i CES-estimationen**Vækstrate i kapitalapparatet****Residualer**

Også for residualerne vedrørende vækstraten i kapitalapparatet ses store forskelle mellem ADAM og CES. Igen ses en tendens til, at ADAM har de største residualer i begyndelsen af perioden, hvilket måske kan hænge sammen med at investeringsrelationen i ADAM er estimeret i absolutte ændringer (mens CES er estimeret i relative ændringer).²⁵ RMSE er stort set identisk for de to serier af residualer: I ADAM er den på 0.0092 og i CES på 0.0094.

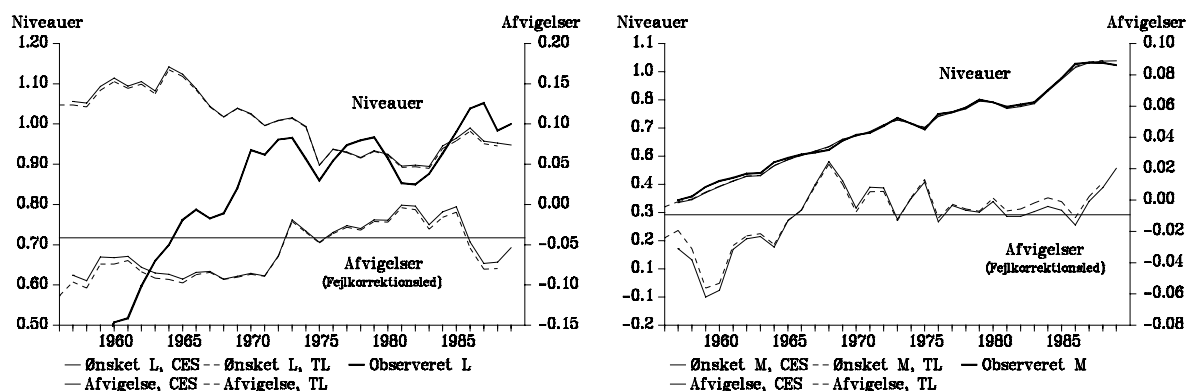
4.2.4. De langsigtede faktorniveauer og fejlkorrigeringsleddene

Udviklingen i de estimerede langsigtede/ønskede faktorefterspørgsler er vist i omstående figurer, hvor også fejlkorrigeringsleddene er vist:

Figur 6. Langsigtede faktorefterspørgsler og fejlkorrigeringsled**(a) Kapital****(b) Energi**

²⁵Ved estimation i absolutte ændringer kommer de senere år i tilfælde af generel vækst til at veje tungere end årene i den første del af perioden.

Figur 6. Langsigtede faktorefterspørgsler og fejlkorrigeringsled (forts.)
(c) Arbejdskraft **(d) Materialer**



Anm. De observerede niveauer er normeret til 1 i 1989. De ønskede niveauer ville også være 1 i 1989, hvis der havde været "ligevægt" i dette år.

Afvigelserne kan tolkes som procentvis afvigelse ($=\log(\text{Ønsket})-\log(\text{Observeret})$).

Den vandrette streg angiver gennemsnittet af afvigelsen fra langsigtsniveauet.

Det fremgår af figurerne, at de langsigtede faktorefterspørgsler er stort set sammenfaldende for CES- og TL-funktionerne; dermed er afvigelserne mellem de langsigtede faktorefterspørgsler og de observerede niveauer (fejlkorrigeringsleddene) selvfølgelig også ret ens. Den største forskel ses for energiens vedkommende, hvor energiforbruget i henhold til TL tilsyneladende har været mere ude af ligevægt end i henhold til CES.

Betragtes de enkelte faktorer kan de estimerede afvigelse fra langsigts-sammenhængen karakteriseres som følger:

Kapitalapparatet

Udviklingen i K^0/K -forholdet afspejler ret entydigt konjunkturudviklingen; sammenholdes dette forhold fx med vækstraten i BNP findes således en tydelig samvariation.²⁶ Det ønskede kapitalapparat lå igennem 1960'erne over det observerede, og fejlkorrigeringsleddet lå generelt over dets gennemsnitlige værdi. I 1974 når K^0/K -forholdet et historisk lavpunkt, og bortset fra 1977 ligger K^0/K -forholdet under dets gennemsnitlige værdi frem til og med 1983; lavpunktet nås i 1982. Herefter stiger K^0/K -forholdet kraftigt for at nå sit historiske toppunkt i 1986, hvorefter K^0/K -forholdet falder tilbage til stort set gennemsnitlig værdi ved udgangen af periode. Bortset fra perioden 1980-81 har niveauet for K^0/K -forholdet ligget over 1. Selv om man som beskrevet i afsnit 4.2.5 bør være varsom med tolkningen af dette, så forekommer det i lyset af den generelle vækst i perioden ikke urimeligt, at K^0/K -forholdet som hovedregel har været større end 1.

²⁶Foretages en simpel regression af fejlkorrigeringsleddet i K -ligningen på et 3 års glidende gennemsnit af vækstraten i BNP og en konstant fås en R^2 på næsten 0.5. Også fejlkorrigeringsleddet i energiligningen udviser en vis – men dog mindre – sammenhæng med vækstraten i BNP. Fejlkorrigeringsleddene for L og M udviser negativ samvariation med BNP-vækstraten!

Energi

Den langsigtede energiefterspørgsel lå gennem 1960'erne (lige som det ønskede kapitalapparat) over det observerede niveau; specielt perioden omkring 1960 er præget af "for lavt" energiforbrug. Omvendt er perioden efter oliekrisen karakteriseret af "for højt" energiforbrug; lige efter 1979-prisforhøjelserne er E^0/E -forholdet omkring 15% lavere end gennemsnittet.

Arbejdskraft

Generelt ses et lavere L^0/L -forhold end gennemsnitligt frem til 1972, og omvendt herefter; i årene fra 1986 og frem er L^0/L -forholdet nogenlunde normalt. Det bemærkes, at L^0/L -forholdet igennem hele estimationsperioden har været mindre end 1.

Materialer

Bortset fra perioden op til 1967 har fejlkorrektionsleddet i M -ligningen været af yderst beskeden størrelsesorden; dog er M^0/M -forholdet noget større end gennemsnitligt sidst i 1980'erne.

Tabel 5. Opsummering af afvigelse fra "ligevægt"¹

	ca. 57-73	ca. 74-83	ca. 84-86	ca. 87-89
Kapital	$K^0 > K$	$K^0 < K$	$K^0 > K$	$K^0 = K$
Energi	$E^0 > E$	$E^0 < E$	$E^0 < E$	$E^0 < E$
Arbejdskraft	$L^0 < L$	$L^0 > L$	$L^0 > L$	$L^0 = L$
Materialer	$M^0 > M$	$M^0 = M$	$M^0 = M$	$M^0 > M$
Gns. vækst i BNP	4.4	1.6	4.1	0.7

¹ "Ligevægt" er her defineret som den gennemsnitlige værdi af X^0/X -forholdet

4.2.5. Om niveauet for de ønskede faktorefterspørgsler

Niveauet for afvigelsen mellem de langsigtede og de observerede faktorefterspørgsler bør vurderes med forsigtighed. Rent estimationsteknisk er fejlkorrektionsligningen estimeret i eet trin, hvilket indebærer, at det *ikke* sikres, at fejlkorrektionsleddene historisk i gennemsnit har haft værdien 0 (se evt. nedenstående tabel). Tilsvarende vil fejlkorrektionsleddene i en modelsimulation heller ikke antage værdien 0 på langt sigt, med mindre vi betragter en *stationary state*. Hvis den gennemsnitlige værdi af fejlkorrektionsleddene havde været 0 i estimationsperioden kunne det tolkes som, at der i gennemsnit havde været ligevægt i denne periode, men det kan naturligvis diskuteres, om dette overhovedet er en rimelig antagelse.²⁷

²⁷Modstykket til, at fejlkorrektionsleddene i gennemsnit har været forskellig fra 0, er, at alle ændringsleddene (vejet sammen med deres respektive koefficienter) heller ikke har været 0 i gennemsnit: Hvis ændringsleddene tilsammen giver anledning til et positivt bidrag, så må fejlkorrektionsleddet i gennemsnit være negativt (idet residualerne fra fejlkorrektionsligningerne for alle praktiske formål har gennemsnit 0).

Den langsigtede modelberegnete værdi for fejlkorrektionsleddene vil generelt afhænge af vækstraterne i priserne og i produktionen (samt de faktorforvridende teknologiske fremskridt). At de langsigtede niveauer afhænger af bl.a. vækstraterne i økonomien er en almindelig egenskab i fejlkorrektionsmodeller; eksempelvis afhænger forbrugskvoten i ADAM af vækstraterne i indkomst og formue. Nedenstående tabel opsummerer:

Tabel 6. Langsigtet niveau for fejlkorrektionsleddene – udelukkende som følge af fejlkorrektions-specifikationen (=afvigelse fra $X^0/X=1$)

Nr.	Vækst i p.a.		$K^0/K-1$	$E^0/E-1$	$L^0/L-1$	$M^0/M-1$
1. <i>Historisk</i>	Y, K^0, E^0, L^0, M^0 <i>uc, pe, w, pm</i>	Som gns. 57-89	0.079	0.121	-0.061	-0.009
2. <i>Stationary state</i>	Y, K^0, E^0, L^0, M^0 <i>uc, pe, w, pm</i>	0 0	0.000	0.000	0.000	0.000
3. <i>Steady state</i>	Y, K^0, E^0, M^0, L^0 <i>uc, pe, w, pm</i>	3 0	0.025	0.069	0.010	-0.011
4. <i>Bespar. fremskr. på arb.kraft</i>	Y, K^0, E^0, M^0, w <i>uc, pe, pm, L^0</i>	3 0	0.026	0.118	-0.045	-0.012
5. <i>4 + inflation</i>	Y, K^0, E^0, M^0 L^0 <i>uc, pe, pm</i> <i>w</i>	3 0 5 8	0.026	0.118	-0.045	-0.012
6. <i>4 + lav-vækst</i>	Y, K^0, E^0, M^0, w <i>uc, pe, pm, L^0</i>	1 0	0.009	0.040	-0.015	-0.004
7.	Gennemsnitligt niveau 1957-89		0.079	0.121	-0.061	-0.009

Anm. I perioden 1957-89 var den gennemsnitlige vækst i: $uc=0.049$, $pe=0.046$, $w=0.1000$, $pm=0.056$, $Y=0.031$, $K=0.057$, $E=0.026$, $L=-0.005$ og $M=0.031$

Tabellen vedrører TL; de tilsvarende tal for CES afviger formentlig ikke meget.

Ved at betragte række nr. 1 (eller nr. 7) ses, at gennemsnittet for fejlkorrektionsleddene (eller om man vil $X^0/X-1$) historisk har været noget forskellig fra 0 for både K , E og L ; kun for materialerne synes $M=M^0$ at være en (i gennemsnit) dækkende beskrivelse. K og E har i gennemsnit været mindre end K^0 hhv. E^0 , hvilket for K 's vedkommende kan tolkes som mere eller mindre permanent kapacitetspres. L har til gengæld i gennemsnit ligget over L^0 . Disse observationer er naturligvis blot en opsummering af informationen i figur 6.

Rækken benævnt *stationary state* (nr. 2) viser, at det estimerede faktorefterspørgselssystem i et forløb med nul-vækst genererer faktorniveauer, der ikke afviger fra de ønskede; dette forløb svarer til at sætte alle ændringsleddene = 0. *Steady state* (række nr. 3) med en årlig vækst på 3% i produktion (og en tilsvarende vækst i de ønskede faktorniveauer) genererer derimod faktorniveauer, der afviger systematisk fra de ønskede; afvigelsen er som det fremgår størst for energi.

I rækkerne 4-6 er gengivet konstruerede forløb, hvor det er antaget, at der er *arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt*, der netop er så store, at L^θ er konstant, mens de øvrige faktorefterspørgsler følger produktionen; det antages, at der er en mervækst i lønnen svarende til arbejdskraftens produktivitetsvækst. I disse forløb kan de ønskede faktorefterspørgsler opfattes som eksogent givet (og er altså ikke direkte udledt fra TL- eller CES-ligningerne).

Sammenlignes række 4 med det tilsvarende neutrale forløb (række 3) ses primært en større afvigelse mellem L^θ og L . Række 5 "*4+inflation*" er udelukkende medtaget for at vise prishomogeniteten i systemet: Den langsigtede afvigelse fra ligevægt er ikke afhængig af en ændring i den generelle inflations-takt (sammenlign med række 4). Endelig ses af række 6 "*4+lav-vækst*", at en vækstrate på 1 (naturligvis) giver anledning afvigelser, der ligger mellem resultatet for vækstrate=3 og stationary state (række 4 hhv. 2).

Opsummerende kan man sige, at de modelgenererede, langsigtede faktorefterspørgsler som følge af fejlkorrektionsspecifikationen vil afvige fra de ønskede niveauer – med mindre vækstraten i økonomien er 0. Afvigelserne er yderst begrænsede for M^θ/M -forholdet og størst for E^θ/E . Med positiv vækst, konstante relative priser på K , E og M , samt teknologiske fremskridt i forbruget af arbejdskraft (der modsvarer af større lønstigninger), vil K^θ/K -forholdet og E^θ/E -forholdet være større end 1 (svarende til at observeret kapitalapparat/energi "halter bagefter"), mens L^θ/L -forholdet vil være lidt mindre end 1.²⁸ Dette stiliserede billede kunne være en meget kort karakteristik af den stedfundne udvikling i perioden 1957-89 under ét – svarende til rækkerne 4/5/6.

4.2.6. Teknologiske fremskridt – trends

I de estimerede faktorsystemer indgår både neutrale og ikke-neutrale teknologiske fremskridt. De neutrale fremskridt er beskrevet ved tiden hhv. tiden i anden, mens de ikke-neutrale beskrives ved tiden.

De ikke-neutrale teknologiske fremskridt i CES-funktionen indebærer, at *faktorforholdene* ændres med en konstant årlig vækstrate. Eksempelvis vil faktorforholdet X_{KEL}/X_M ændres med en konstant vækstrate (som er givet ved $-(1-\sigma_{KELM})\cdot\gamma_{KEL}$), hvis faktorpriserne p_{KEL} og p_M er konstante; se evt. afsnit 2 om CES-funktionen og appendiks 2 med de estimerede parametre).²⁹ Selv om dette kan være interessant nok, giver det os desværre ikke information om,

²⁸En "forklaring" på dette sidste kan være, at antagelsen om arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt i fejlkorrektionsligningen kun optræder i niveausammenhængen – i L^θ ; i ændringsdelen af fejlkorrektionsligningen indgår "ændringen i trenden" (=et konstantled) *ikke*. Herved vil den modelberegnete reduktion af L (som følge af de teknologiske fremskridt) "halte bagefter".

²⁹Bemærk, at betingelsen, at p_{KEL} er konstant, på grund af de teknologiske (forvridende) fremskridt *ikke* svarer til, at p_K , p_E og p_L er konstante; se evt. udtrykkene for priserne i relation (5), afsnit 2.2.

hvordan fx K eller L vil udvikle sig over tid. Faktisk indebærer den nestede CES-funktion med forvridende teknologiske fremskridt, at *ingen* af de enkelte produktionsfaktorer vil vokse med konstante vækstrater, selv hvis de relative priser er konstante, og produktionen vokser med en given, konstant rate.³⁰ Som det fremgår af nedenstående tabel er vækstraterne imidlertid ikke langt fra at være konstante, når vi begrænser os til en horisont fx på 30 år.

De ikke-neutrale teknologiske fremskridt i TL-funktionen er formuleret som en konstant *absolut ændring i omkostningsandelene*. Meget lange fremskrivninger vil således kunne give negative omkostningsandele og/eller andele, der er større end 1; konkret vil energiens omkostningsandel med det estimerede system (givet konstante relative priser og nul-vækst i produktionen) blive negativ om godt 30 år. Denne type egenskab indebærer naturligvis, at fremskrivningen af trendene i TL-systemet kræver mere end sædvanlig omtanke. Ligesom i CES-systemet vil *ingen* af de enkelte produktionsfaktorer vokse med konstante vækstrater i TL, selv om nedenstående tabel viser, at ikke-konstansen ikke er ikke er så stor (for kapital, arbejdskraft og materialer). I modsætning til CES giver TL-funktionen *ikke* anledning til konstante faktorforhold for konstante relative priser.

Det har vist sig vanskeligt analytisk at udlede udtryk for vækstraterne i de enkelte faktorer, både i TL- og i CES-systemet. I nedenstående tabel er derfor vist numerisk beregnede vækstrater for de ønskede produktionsfaktorer for hhv. TL og CES:

Tabel 7. Vækstrater i de ønskede produktionsfaktorer
Konstante relative priser og nul-vækst i produktionen
Lineære trender fremskrevet simpelt, kvadratisk trend
lineariseret i 1989 (se tekst nedenfor)

Vækst i faktor,p.a.	CES			TL		
	ca. 1989	ca. 2000	ca. 2020	ca. 1989	ca. 2000	ca. 2020
Kapital	0.013	0.012	0.011	0.015	0.013	0.011
Energi	-0.019	-0.020	-0.021	-0.029	-0.043	-0.165
Arbejdskraft	-0.014	-0.013	-0.011	-0.009	-0.011	-0.013
Materialer	-0.002	-0.001	0.000	0.004	0.004	0.004

Anm. Væksten i de observerede faktorniveauer vil afvige fra ovenstående som følge af fejlkorrektionsspecifikationerne

³⁰Man kan nok overbevise sig om dette ved at kigge fx på det inderste nest i CES-funktionen, jf. afsnit 2. Hvis man opfatter CES-funktionen som *summen* af to produktionsfaktorer er det i hvert fald ikke svært: Den eneste måde, væksten i summen af to størrelser (produktionen) kan være konstant på er, at enten skal de to størrelser vokse med samme vækstrate (=ingen forvridende fremskridt), eller også skal den ene af størrelserne totalt dominere den anden. Foretages *meget* lange fremskrivninger (flere hundrede år!) med det estimerede CES-system fås netop, at en enkelt faktor bliver meget stor og kommer til at dominere vækstraten i summen (CES-aggregatet). Konkret vil kapitalapparatet komme til at dominere, idet de estimerede forvridende fremskridt er kapital-forbrugende; set fra kapitalens side er der altså tale om tilbageskridt, og K må vokse kraftigere end de andre faktorer (og produktionen).

En konstant vækstrate i produktionen forskellig fra 0 vil – pga. antagelsen om konstant skalaafkast – give anledning til, at vækstraten i alle faktorerne ændres tilsvarende i forhold til det i tabellen angivne. Det fremgår af tabellen, at de samlede teknologiske fremskridt i de enkelte faktorer – trods de indledende bemærkninger – er rimeligt konstante (når vi ser bort fra energien i TL-tilfældet på sigt³¹), og at der ikke er stor forskel på TL- og CES-funktionernes udsagn.

Det fremgår af tabellen,

- at *kapitalapparatet* vil vokse med godt 1% mere end produktionen (altså faktorforbrugende teknologiske fremskridt). Over estimationsperioden har der været en mervækst i *K* på ca. 2½% over væksten i produktionen. Denne mervækst skal dog også ses i sammenhæng med de relative priser.
- at der er faktorbesparende fremskridt for *energi*. Energien er over estimationsperioden vokset ca. ½% mindre end produktionen.
- at *arbejdskraftens* vækstrate vil være ca. 1% mindre end væksten i produktionen; de teknologiske fremskridt er altså arbejdskraftbesparende. Over estimationsperioden har forskellen mellem væksten i *L* og i produktionen været ca. 3%, hvilket bl.a. kan ses i sammenhæng med den stigende realløn.
- at væksten i *materialeforbruget* stort set følger væksten i produktionen; historisk har *M* og produktionen også haft næsten samme vækstrate.

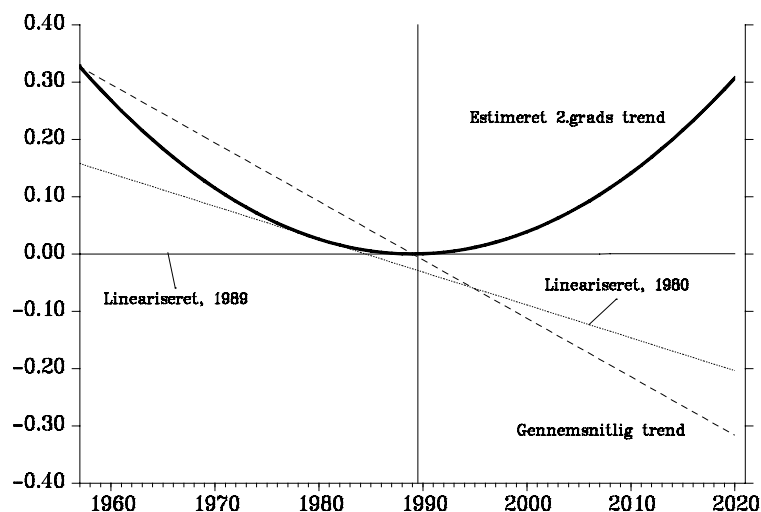
Endnu forestår en del arbejde med tolkningen af af de teknologiske fremskridt. I særdeleshed har opsplittningen af de teknologiske fremskridt i "neutrale" og "ikke-neutrale" vist sig vanskelig at sammenligne mellem TL og CES. Det bør dog understreges, at den *samlede* trends forklaringsbidrag i estimationsperioden er næsten identisk i de estimerede CES- og TL-funktioner. De væsentligste problemer omkring trendene vedrører således ikke så meget estimationerne som *fremskrivningen af trendene*.

Som *illustration* af nogle de fremskrivningsproblemer, man står overfor mht. trendene, er i nedenstående figur vist trenden i omkostningsfunktionen i TL; det understreges, at den følgende præsentation *ikke* bør tages som andet end illustrativ. Trenden i omkostningsfunktionen er:

$$\text{TREND} = 0.00000816 \cdot \text{tid} + 0.0006385 \cdot \text{tid}^2$$

hvor *tid* er lig 0 i 1989 (og -32 i 1957). Dette tidspolynomium i omkostningsfunktionen kan opfattes som (en del af) de teknologiske fremskridt, der er fælles for alle faktorerne. Den negative hældning af kurven i estimationsperioden angiver, at omkostningerne har været faldende for givne priser og input, men man skal nok være varsom med en for håndfast udlægning af kurven.

³¹I Translog-tilfældet indebærer den konstante absolutte ændring i omkostningsandelen, at energiforbrugets niveau faretruende nærmer sig 0. Herved bliver vækstraten i energiforbruget stadigt mere vanvittig som tiden går, når trenden bare føres videre. Videreføres beregningen af energiforbruget, bliver det negativt ca. i år 2025.

Figur 7. Trenden i omkostningsfunktionen, TL-tilfældet

Det fremgår af figur 7, at en fremskrivning af trenden (med både første og anden ordens led) vil implicere en positiv trend i omkostningsfunktionen, hvilket følger af 2. grads polynomiets funktionsform. Et alternativ til en sådan fremskrivning kunne være at linearisere trenden i 1989 (sidste estimationsår).³² Dette er, hvad der er gjort i ovenstående tabel, og det fremgår af figuren, at dette svarer til, at der i praksis ikke er nogen trend i omkostningsfunktionen.

Andre muligheder for fremskrivning af trenden er skitseret i form af "Gennemsnitlig trend" og "Lineariseret i 1980". Hvis fx sidste mulighed vælges, vil alle tallene i ovenstående tabel skulle reduceres med ca. 3 promille.

Det fremgår, at fremskrivningen af trenden i omkostningsfunktionen ikke er problemfri, og at en "korrekt" fremskrivning som et absolut minimum vil kræve en klar tolkning af denne trend. Den præcise tolkning af trenden i omkostningsfunktionen – og tolkningen af opsplittningen i "neutrale" og "forvridende" teknologiske fremskridt – vil blive undersøgt nærmere i et kommende modelgruppepapir. En del tyder dog på, at selv når man ser bort fra problemerne, der er forbundet med tiden i anden, så vil TL-funktionen sandsynligvis give anledning til artige problemer med fremskrivning af trendene (i omkostningsandelene) – ikke mindst for energien. Problemerne i CES-funktionen er antageligt mindre. Dette skyldes, at CES-funktionsformen sikrer, at omkostningsandelene altid vil ligge mellem 0 og 1 – en egenskab, der ikke er overholdt af TL-funktionen, hvis trendene fremskrives simpelt.

³²I tabellen er det lineære element i trenden blevet fremskrevet, mens 2. ordensleddet er "slået ihjel": $TREND = 0.00000816 \cdot tid + 0.0006385 \cdot tid \cdot tid_{1989} = 0.00000816 \cdot tid$, idet $tid_{1989} = 0$.

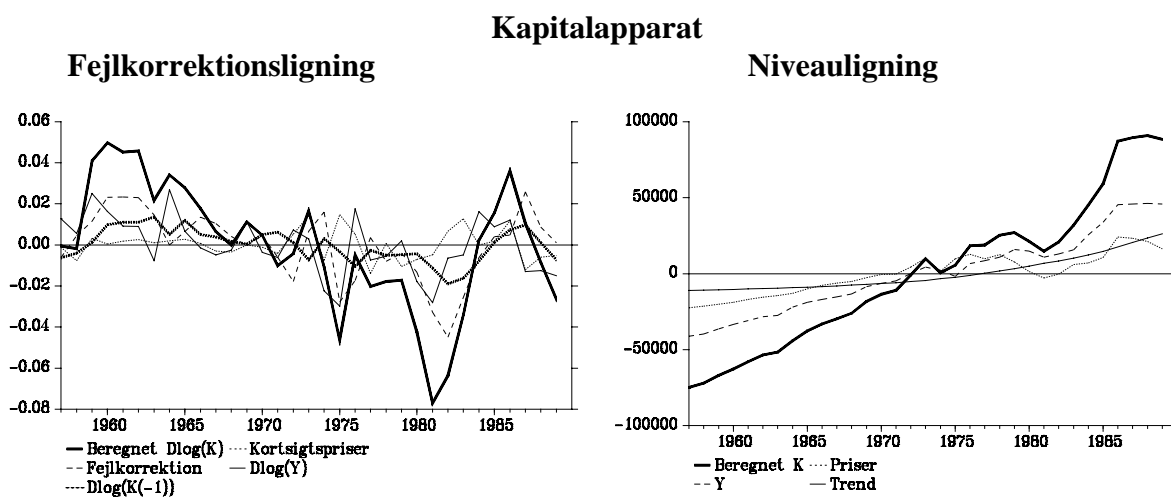
4.3. Dekomponeringer

I dette afsnit dekomponeres faktorefterspørgslerne i forklaringsbidragene fra de enkelte variabler. Der vises kun dekomponeringer for TL-estimationerne. Da estimationerne med CES, som tidligere vist, er næsten sammenfaldende med TL, vises der ikke grafer for CES-estimationerne.³³

Som hjælp ved læsningen af dekomponeringsgraferne er i appendiks 1 vist den observerede udvikling i faktorniveauerne samt i faktorpriserne.

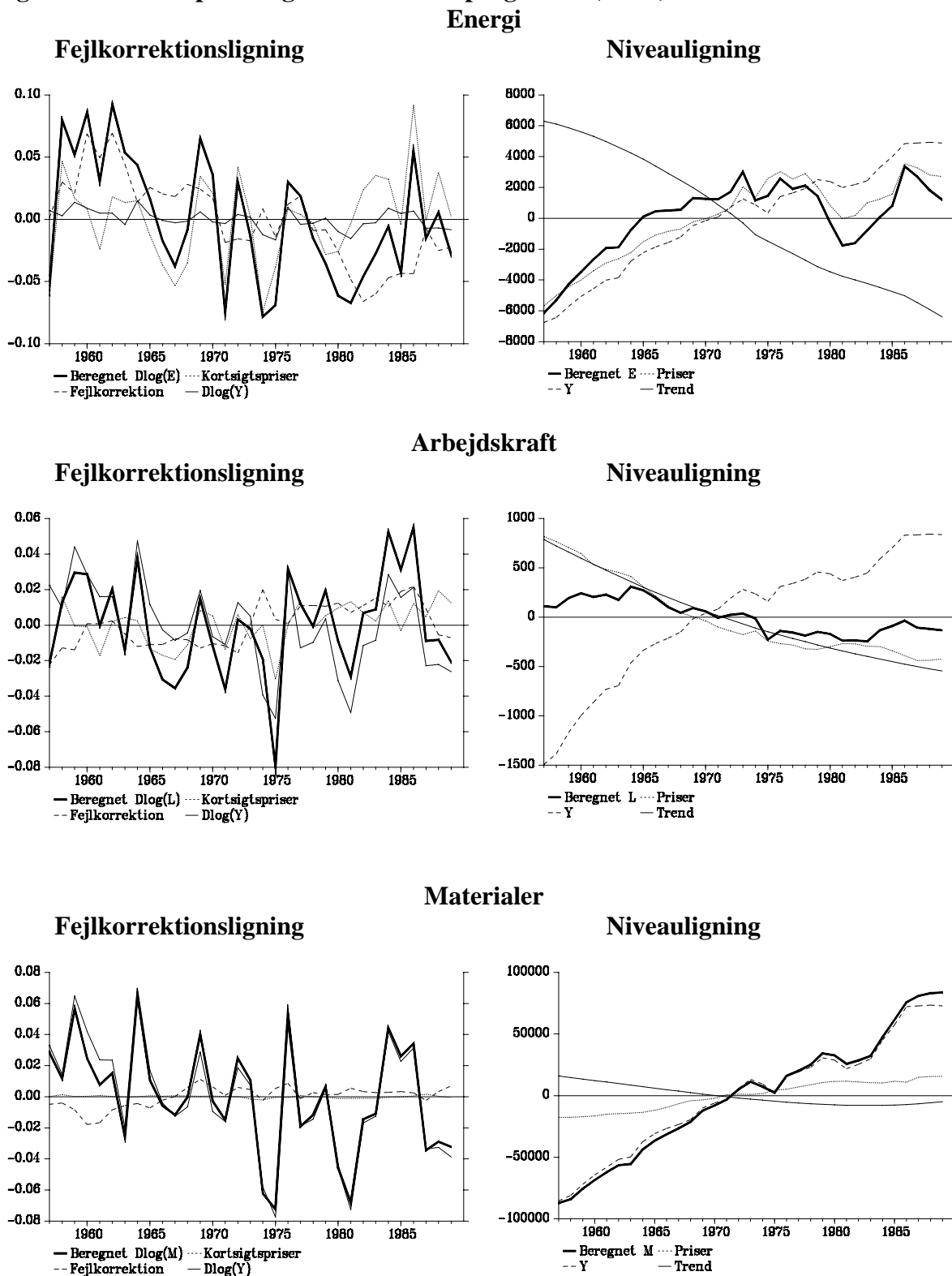
I de viste dekomponeringer af fejlkorrigeringsligningerne er vist de beregnede værdier, det samlede forklaringsbidrag fra ændringer i de 4 faktorpriser (benævnt *kortsigtspriser*), forklaringsbidraget fra fejlkorrigeringsleddene samt forklaringsbidraget fra ændringen i produktionen, $D\log(Y)$; i grafen for kapitalapparatet er også vist bidraget fra den laggede ændring i K . I niveau-graferne er vist det samlede forklaringsbidrag fra faktorpriserne, fra produktionen og fra trenden.

Figur 8. Dekomponering af faktorefterspørgslerne



³³Forskelle i forklaringsbidragene fremgår umiddelbart af forskelle i koefficienterne, jf. tabel 1 og 2. Størst forskel på forklaringsbidragene i CES- og Translog-estimationerne er til stede for energi, hvor bidragene fra ændringerne i priserne afviger noget.

Figur 8. Dekomponering af faktorefterspørgslerne (forts.)



Nedenfor kommenteres grafer med dekomponeringerne; kommentarerne kan evt. springes over, hvis man er vant til at læse dekomponeringsgrafer.

Kapitalapparatet

De væsentligste forklarende variable i fejlkorrektionsligningen er $Dlog(Y)$ samt fejlkorrektionsleddet. $Dlog(K_{-1})$ og kortsigtspriserne spiller en lidt mere tilbagetrukket (men dog ikke uvæsentlig) rolle; den væsentligste kortsigtseffekt fra priserne kommer ikke overraskende fra ændringen i *usercost* (ikke vist).

Stigningen i *niveauet* for kapitalapparatet forklares af summen af 3 positive bidrag: den stigende produktion, udviklingen i de relative faktorpriser og trenden. Bemærkelsesværdigt er det, at trendens forklaringsbidrag har været stigende; dette kan henføres til en stadigt mere kapitalintensiv teknologi: De neutrale teknologiske fremskridt må alt andet føre til lavere indsats af alle faktorer, herunder kapital (se evt. afsnit 4.2.6). Bag det stigende forklaringsbidrag fra priserne ligger voksende bidrag fra løn og materialeomkostninger og faldende bidrag af *usercost* og energipris; det største bidrag kommer fra lønnen (ikke vist).

Energi

I fejlkorrektionsmodellen for energi spiller $Dlog(Y)$ en yderst beskedne rolle, mens både priser og fejlkorrektionsled er af væsentlig betydning. Bag bidragene fra fejlkorrektionsleddene ligger næsten udelukkende energiens egen afvigelse fra det langsigtede niveau, mens bidraget fra fejlkorrektionsleddet i kapitalapparatet er forsvindende (ikke vist). Bag prisernes kortsigtseffekter ligger primært ændringer i energiprisen og i mindre udstrækning materialeprisen (ikke vist).

Udviklingen i *niveauet* for energiforbruget har sit udspring i modsatrettede effekter: Trenden trækker i retning af faldende energiforbrug, mens priser og produktion trækker den anden vej. Trendens negative bidrag skal delvis tilskrives neutrale teknologiske fremskridt, delvis energibesparende fremskridt. Bag prisernes samlede positive bidrag ligger positive bidrag fra materialepris og løn, mens *usercost* trækker den anden vej (ikke vist). Energiprisens effekt på energiforbruget er domineret af det høje(re) energiprisniveau efter 2. oliekrise.

Arbejdskraft

Den væsentligste faktor bag ændringer i arbejdskraftforbruget er ændringer i produktionen, mens fejlkorrektionsled og ændringer i faktorpriserne er af mindre betydning. Det samlede forklaringsbidrag fra fejlkorrektionsleddene skyldes næsten udelukkende arbejdskraftens egen afvigelse fra langsigtsniveauet, og kun i yderst begrænset omfang effekter fra fejlkorrektionsleddet i kapitalapparatet (ikke vist).

Bag det næsten konstante *niveau* for arbejdskraften ligger modsatrettede effekter fra produktionen på den ene side (voksende bidrag) og trend hhv. priser på den anden. Trendens og prisernes negative bidrag er næsten sammenfaldende, og det historisk faldende L/Y -forhold kan således tilskrives lige dele teknologiske (forvridende) fremskridt og ændrede relative priser. Bag prisernes effekt ligger en positiv effekt fra materialeprisen og en negativ effekt fra lønnen (ikke vist);

tilsammen kan disse to effekter nok opfattes som udtryk for en "realløns-effekt".

Materialer

Udviklingen i materialerne bliver fuldstændig domineret af udviklingen i produktionen, både når vi taler ændringer og niveauer. Fejlkorrigeringsleddene bidrager med en lille effekt på ændringerne, hvilket næsten 100% dækker over materialernes egen afvigelse fra M^0 (ikke vist). Effekten fra priserne er stærkt begrænset både i ændringer og i niveau; bag niveau effekten fra priserne ligger et faldende bidrag fra materialeprisen og et voksende bidrag fra lønnen (ikke vist).

4.4. Multiplikatorer

I dette afsnit vises blot nogle få multiplikatorer til illustration af egenskaberne i det samlede system af faktorefterspørgselsligninger. Grundlæggende er multiplikatorerne blot grafiske fremstillinger af informationen i tabellerne 2 og 3.

Konkret er det valgt at vise multiplikatorerne for de fire produktionsfaktorer samt for de samlede omkostninger af en permanent forøgelse af hhv. usercost, lønnen og produktionen på 1%. I alle tilfælde er effekterne beregnet med udgangspunkt i et stationært grundforløb med udgangspunkt i de relative priser i 1989, og med alle faktorerne i ligevægt – givet disse priser; alle trends (både lineære og kvadratiske) er slået ihjel i grundforløbet.

SE MULTIPLIKATORERNE PÅ DE NÆSTE SIDER

Ved et hurtigt kig på multiplikatorerne ses – ikke overraskende – at multiplikatorerne er næsten ens for CES- og TL-estimationerne. De forskelle, der trods alt er, kan umiddelbart genfindes i tabellerne 2 og 3 i afsnit 4.2.

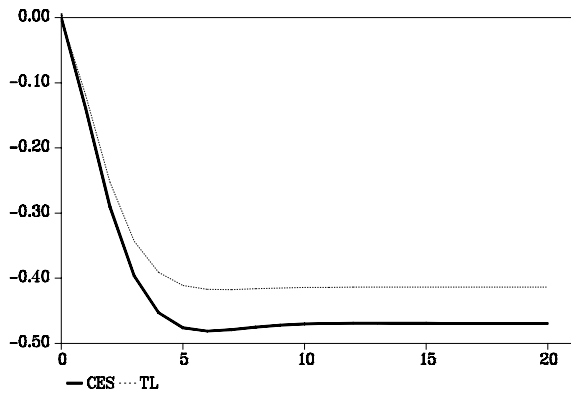
I alle eksperimenterne ses relativ hurtig tilpasning til langsigtsniveauerne – tilpasningen tager ikke meget mere end 5 år; den hurtige tilpasning er naturligvis en direkte følge af de ret store koefficienter til fejlkorrigeringsleddene, jf. tabel 2. Det fremgår, at kapitalapparatet har tendens til overreaktion, om end denne er yderst begrænset; baggrunden for denne overshooting er som tidligere nævnt, at den laggede ændring i kapitalapparatet indgår i investeringsligningen.

En ikke uvæsentlig interesse knytter sig til udviklingen i de samlede omkostninger. I usercost-eksperimentet ses det, at omkostningerne på kort sigt øges mere end på langt sigt. Dette er, hvad der måtte forventes, og som under alle omstændigheder vil være tilfældet, hvis faktorefterspørgslerne modelleres med udgangspunkt i 3. generations dynamik.

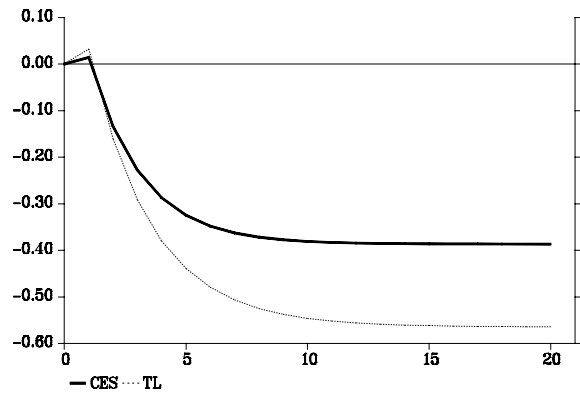
I de to øvrige eksperimenter er den kortsigtede omkostningsstigning mindre

Figur 9. Multiplikatorer
Effekt af forøgelse af usercost med 1 %

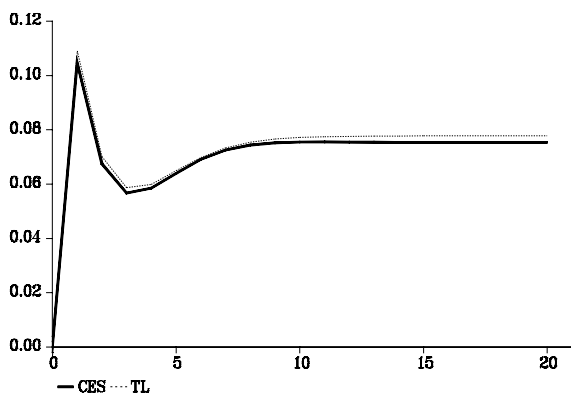
Kapital



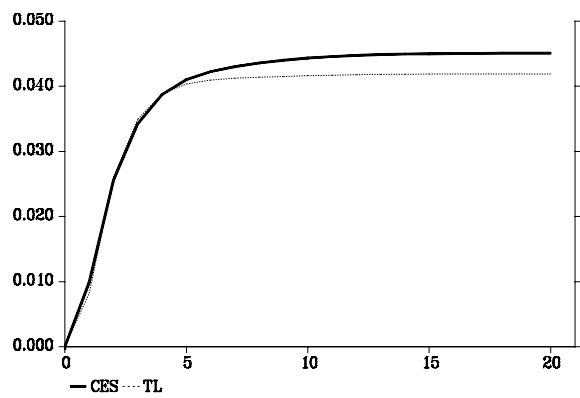
Energi



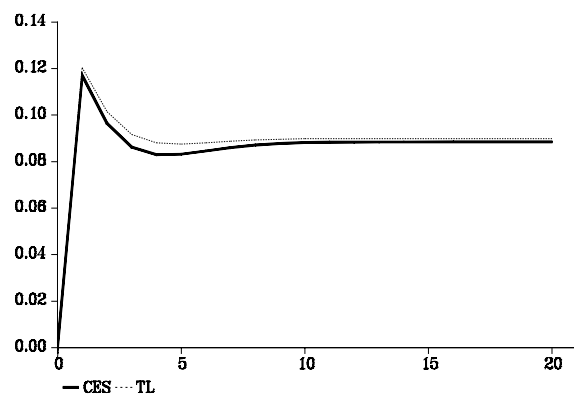
Arbejdskraft



Materialer

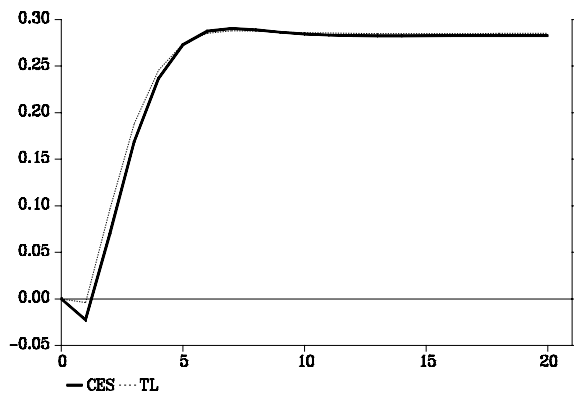


Omkostninger

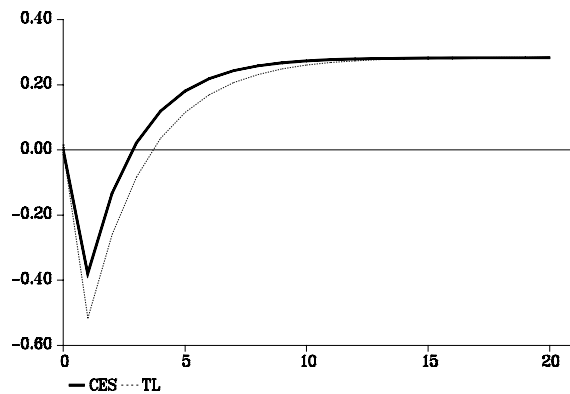


Figur 10. Multiplikatorer
Effekt af forøgelse af lønnen med 1 %

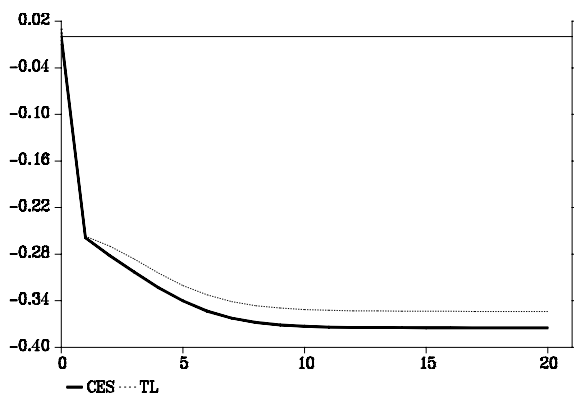
Kapital



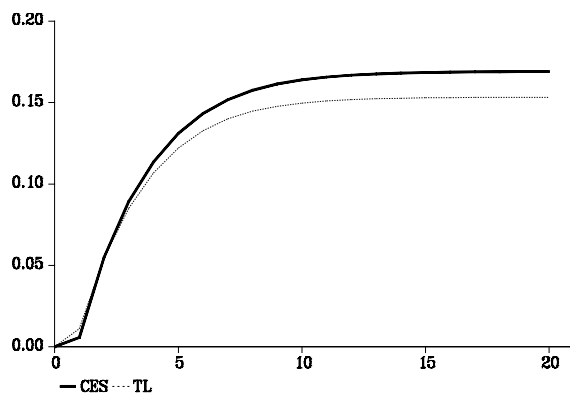
Energi



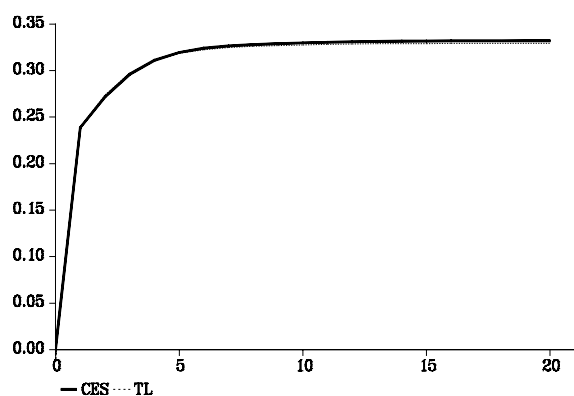
Arbejdskraft



Materialer

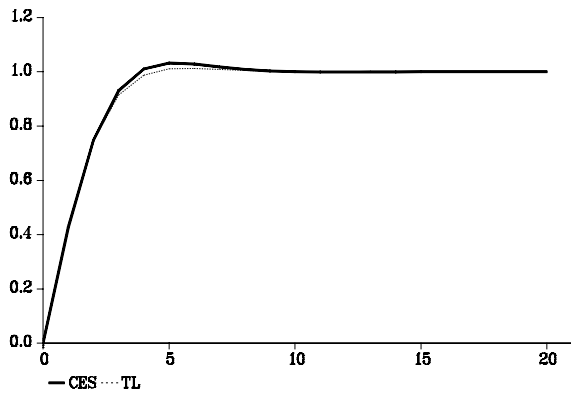


Omkostninger

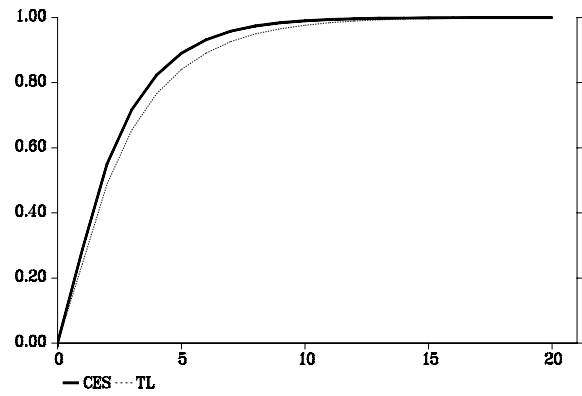


Figur 11. Multiplikatorer
Effekt af forøgelse af produktionen med 1 %

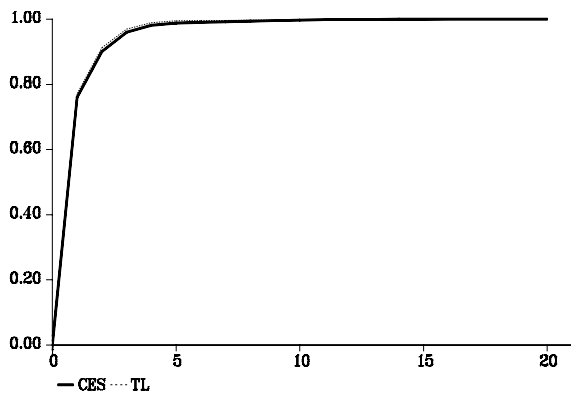
Kapital



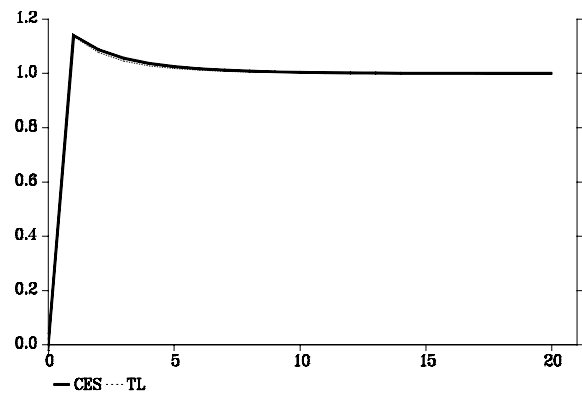
Energi



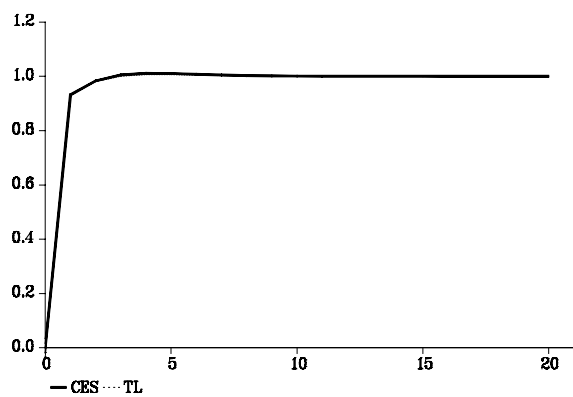
Arbejdskraft



Materialer



Omkostninger



end, den er på langt sigt. Dette er – taget for pålydende – i modstrid med den underliggende produktionsfunktion; se evt. også næste afsnit (afsnit 4.4.1 om "Er vi på produktionsfunktionen på kort sigt..."). Ved at kigge nærmere på figur 11, hvor produktionen er øget med 1% (og hvor vi ville forvente, at omkostningerne skulle stige *mere* end 1% på kort sigt) ses, at omkostningsstigningen første år kun er 0.93%. Allerede 3. år er omkostninger dog steget med 1%, og årene umiddelbart herefter anes endda en lille tendens til endnu større omkostninger. Det fremgår, at omkostningerne på langt sigt (naturligvis) øges med 1%.

4.4.1. Er vi på produktionsfunktionen på kort sigt....

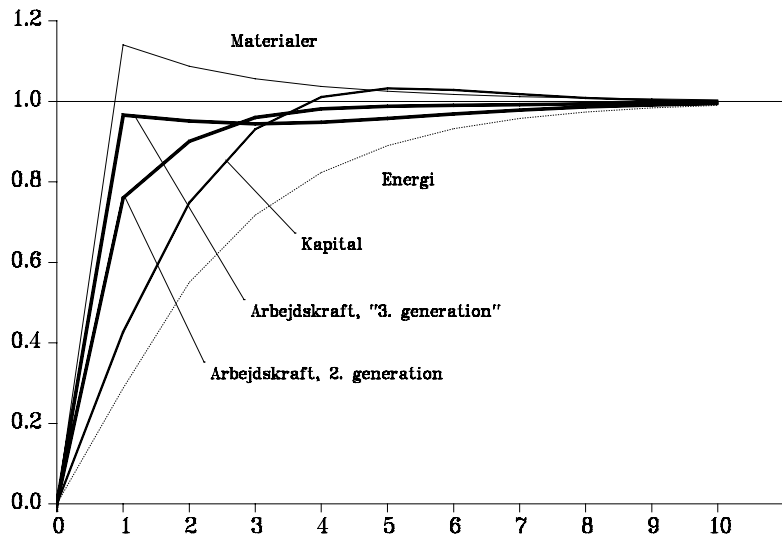
2. generationsmodeller er karakteriseret ved, at dynamikken er formuleret ad hoc. Konkret er dynamikken specificeret ved en simpel fejlkorrektionsmodel, idet dog kapitalapparatets afvigelse fra ligevægt også indgår. Selv om der i udledningen af de langsigtede faktorefterspørgsler er sikret konsistens, så indebærer ad hoc specificationen af dynamikken, at denne konsistens ikke er overholdt på kort sigt. Forskellen på de såkaldte 2. generationsmodeller – der er emnet for dette papir – og 3. generationsmodellerne er netop, at denne konsistens i mellem faktorefterspørgslerne også er overholdt på kort sigt i den sidste type modeller. Problemet ved 2. generationsmodellerne kan lidt upræcist formuleres som et spørgsmål om "vi er på produktionsfunktionen" på kort sigt ... underforstået, at det er vi på langt sigt. Dette sidste er konkret, hvad der menes med *konsistens* i denne sammenhæng.

En fornemmelse af problemets omfang (eller mangel på samme) fås ved at studere den tidligere viste figur 11 med effekten på de fire produktionsfaktorer af en stigning i produktionen på 1%; indholdet af figuren er gentaget i figur 12 på næste side. På langt sigt øges alle faktorer nøjagtig med 1% pga. antagelsen om konstant skalaafkast. Men af figuren fremgår, at på kort sigt – de første ca. 5 år – tilpasser både K , E og L sig langsomt (dvs. stiger mindre end 1%), mens M på dette sigt vokser mere end 1%. Det er klart, at hvis alle 4 faktorer voksede mindre end 1%, mens produktionen var øget med 1%, så ville det være naturligt at sige, at vi "ikke er på produktionsfunktionen". I det konkrete tilfælde er spørgsmålet, om mer-stigningen i M kan kompensere for den mindre stigning i de øvrige faktorer på kort sigt?

Omstående figur viser en genberegning af eksperimentet med en forøgelse af produktionen på 1%. I figuren er de beregnede faktorefterspørgsler indtegnet (identisk med CES-kurverne fra figur 11). Herudover er indtegnet er kurve, der viser, hvad indsatsen af arbejdskraft skulle have været, givet indsatsen af de 3 øvrige faktorer og givet, at vi skal ligge på produktionsfunktionen; denne kurve – benævnt *arbejdskraft "3. generation"* – findes altså ved at løse CES-

funktionen for L .³⁴

**Figur 12. Er vi på produktionsfunktionen....
Forøgelse af produktionen 1%**



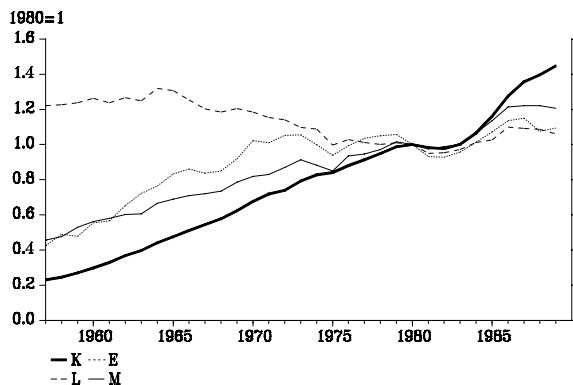
Det fremgår af figuren, at indsatsen af arbejdskraft skulle have været noget større de første par år – 1. år i størrelsesordenen 25% større. Forskellen mellem kurverne for arbejdskraft benævnt 2. generation og "3. generation" kan opfattes som udtryk for, hvor fjernt vi er fra produktionsfunktionen på kort sigt. En anden måde at udtrykke det samme på er, at *time*produktiviteten må ændres svarende til forskellen mellem de to kurver (som det er kendt fra ADAMs nuværende beskæftigelsesligninger, hvor effekten dog er begrænset til 1. år (af samme størrelsesorden som her beregnet; ADAMs elasticitet er ca. 0.3)). Med denne udlægning viser 3. generationskurven arbejdskraften målt i "effektivitetsenheder", mens 2. generationskurven måler arbejdskraften i målbare enheder (arbejdstimer).

Hvorvidt den illustrerede størrelsesorden af "2. generations-inkonsistensen" er alarmerende, er vel et åbent spørgsmål. I den viste beregning er det noget, der begrænser sig til de første par år. I de to sidste figurer vises helt tilsvarende beregninger for eksperimentet med ændret usercost og ændret løn. Det bemærkes, at "inkonsistensen" er betydeligt mere langvarig i lønexperimentet end i de to øvrige eksperimenter.

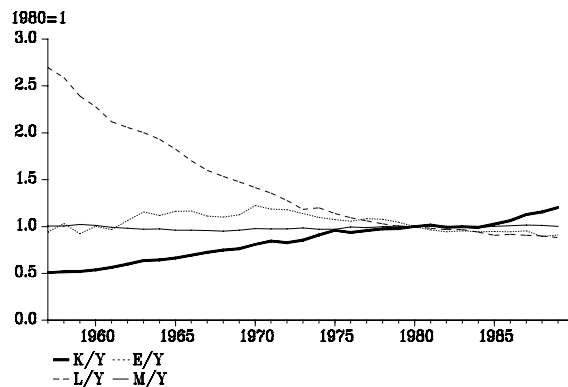
³⁴Trods betegnelsen "3. generation" bør det illustrerede forløb ikke forveksles med effekten, som den kunne beregnes i egentlige 3. generationsmodeller. Det bemærkes, at det naturligvis er lidt arbitrært, at arbejdskraften er udnævnt som den faktor, der skal sikre konsistensen. I de 3. generationsmodeller, der arbejdes med for øjeblikket, tillades kapital at tilpasse sig langsomt (mere eller mindre ad hoc), mens alle 3 øvrige faktorer tilpasser sig deres optimale niveauer; i disse modeller er der derfor ikke én faktor, der "residualbestemmes".

Appendiks 1. Observerede faktorniveauer, faktorpriser og omkostningsandele

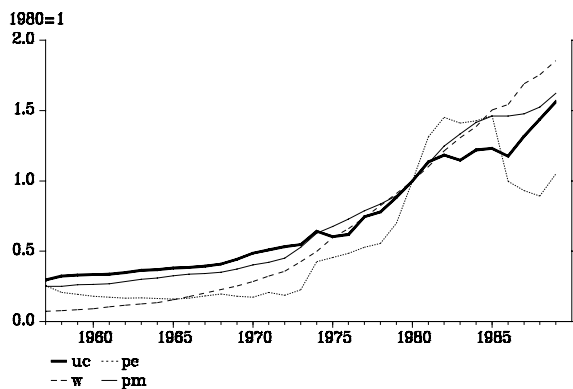
Faktorniveauer



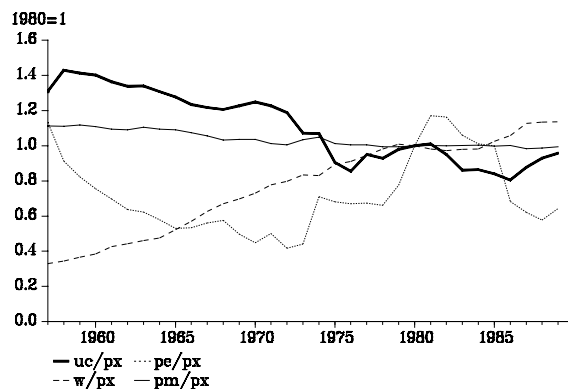
Faktorniveauer ift. produktionen



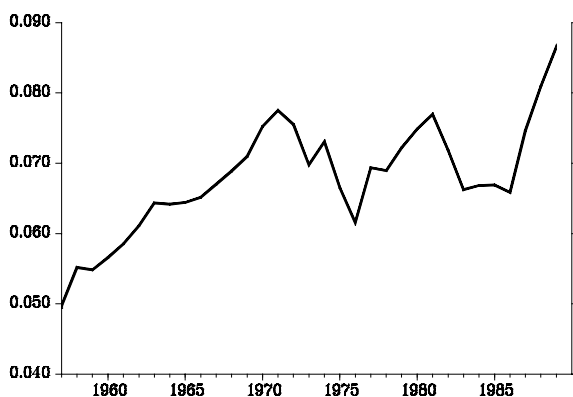
Faktorpriser



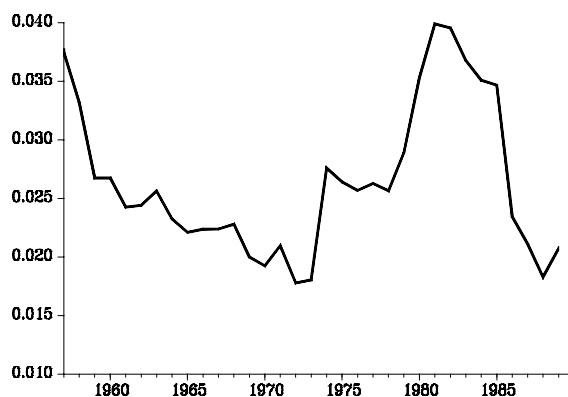
Relative faktorpriser (ift. outputpris (px))

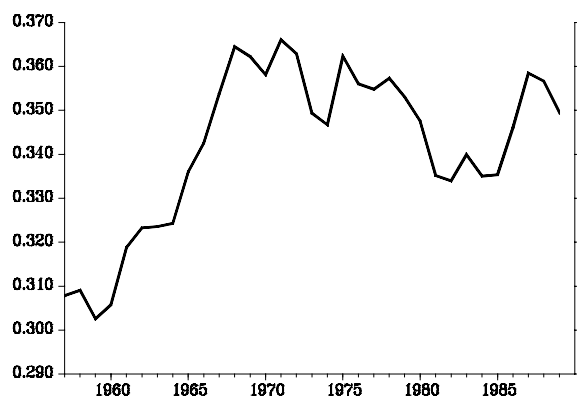
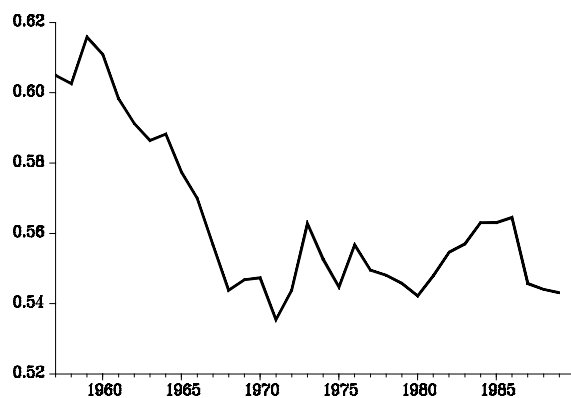


Omkostningsandel, kapital



Omkostningsandel, energi



Omkostningsandel, arbejdskraft**Omkostningsandel, materialer**

Appendiks 2. Oversigt over estimerede parametre

CES-estimation – se afsnit 2

k	0.9673	Konstantled
γ_4	-0.002473	Neutral lineær trend
γ_t	-0.0002575	Kvadratisk trend
$\delta_1 = \delta_K$	0.0982	Fordelingsparameter i KE-nestet
$\delta_2 = \delta_{KE}$	0.2285	Fordelingsparameter i KEL-nestet
$\delta_3 = \delta_{KEL}$	0.4724	Fordelingsparameter i KELM-nestet
$\sigma_1 = \sigma_{KE}$	0.0835	Substitutionsparameter i inderste nest (K og E)
$\sigma_2 = \sigma_{KEL}$	0.6613	Substitutionsparameter i næste nest (KE og L)
$\sigma_3 = \sigma_{KELM}$	0.5097	Substitutionsparameter i sidst nest (KEL og M)
$\gamma_1 = \gamma_K$	-0.0348	Årlig vækstrate i K-E-forholdet = $-(1 - \sigma_{KE}) \cdot \gamma_K$
$\gamma_2 = \gamma_{KE}$	-0.0191	Årlig vækstrate i KE-L-forholdet = $-(1 - \sigma_{KEL}) \cdot \gamma_{KE}$
$\gamma_3 = \gamma_{KEL}$	0.0277	Årlig vækstrate i KEL-M-forholdet = $-(1 - \sigma_{KELM}) \cdot \gamma_{KEL}$

TL-estimation – se afsnit 3

a_0	13.5565	Konstantled
a_t	0.0000	Neutral lineær trend
a_{tt}	0.0006	Neutral kvadratisk trend
a_K	0.090	Langsigtet omkostningsandel for K
a_E	0.021	Langsigtet omkostningsandel for E
a_L	0.330	Langsigtet omkostningsandel for L
a_M	0.559	Langsigtet omkostningsandel for M
Bemærk $\sum a_i = 1$		
b_{iK}	0.0013	Faktorforvridende (forbrugende) fremskridt; årlig pct.point ændring i omkostningsandelen for faktoren (her K)
b_{iE}	-0.0006	Faktorforvridende (besparende) fremskridt; som for K
b_{iL}	-0.0031	Faktorforvridende (besparende) fremskridt; som for K
b_{iM}	0.0024	Faktorforvridende (forbrugende) fremskridt; som for K
Bemærk $\sum b_{ii} = 0$		

b_{ij} -matrix: Udtryk for substitutionen mellem faktorerne.

	K	E	L	M
K	0.045	-0.014	-0.004	-0.027
E	-0.014	0.021	-0.001	-0.006
L	-0.004	-0.001	0.104	-0.099
M	-0.027	-0.006	-0.099	0.132

Bemærk, at pga. restriktioner (om nestning og prishomogenitet) estimeres kun 3 b_{ij} 'er frit.