Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Lena Larsen

10. april 1997

# Boligmodellens tilpasningstid til en stationær tilstand

**Resumé:**

*Papiret tager sit udgangspunkt i de multiplikator eksperimenter, som udføres for boligmodellen i modelgruppepapiret HCO, 5/11-96. Der ses her, at tilpasningstiden for kontantprisen, phk, er (urealistisk) høj. Papiret ridser kort op, hvordan boligmodellen teoretisk ser ud, og hvordan den bruges i praksis i selve ADAM. For at få et billede af tilpasningstidens afhængighed af nogle af modellens parametre, udføres et af HCOs multiplikator eksperimenter (en indkomststigning på 1%), og der præsenteres figurer med grafer over de procentvise multiplikatorer i forskellige parameterscenarier. Der betragtes et stationært grundforløb. Det ses bl.a., at tilpasningstiden afhænger positivt af boligefterspørgslens indkomstelasticitet, negativt af den numeriske værdi af dens priselasticitet og negativt af prisdannelsens tilpasningsparameter.*

*I forhold til løsningen af den analytiske model, er det muligt at finde den stationære tilstand, og her kan man også finde langsigtsmultiplikatorerne for phk og Kh. Men da modellen indeholder både log-lineære og lineære relationer, er det ikke muligt at løse de dynamiske sammenhænge analytisk.*

---

llr10497.wp

Nøgleord: Boligmodel, tilpasningstid, stationær tilstand

## 1. Kort skitsering af boligmodellen.

Boligmodellen i ADAM bestemmer variablerne *Kh*, boligbeholdningen; *phk*, kontantprisen og *fIhn1*, nettoinvesteringerne i boligerhvervet. Der er i kapitel 5 i ADAM-bogen to versioner af boligmodellen, en analytisk opstilling af modellen med basis i visse teoretiske overvejelser og de tre ligninger, som rent faktisk udgør boligmodellen i selve ADAM. Kapitlet gennemgår, hvordan og hvorfor man går fra den analytiske model til mere praktiske.

ADAM-bogen beskriver først den analytiske model, der fastlægger *Kh*, *phk* og *fIhn1* entydigt som funktion af de ikke-observerbare størrelser $K^D$, bolig-efterspørgsel, og $phk^e$, den forventede pris (defineret som den pris, der skaber ligevægt på boligmarkedet) samt nogle observerbare størrelser bl.a. *Y*, indkomsten; *i*, renten; *infl*, inflationsraten og *pih*, investeringsprisen for boliger.

Ligningerne i den analytiske model ser således ud:

$$\log(K^D) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(Y) + \alpha_2 \log\left(\frac{phk}{pc}\right) + \alpha_3 i + \alpha_4 infl \tag{1}$$

$$\log\left(\frac{phk}{pc}\right) = \beta \log\left(\frac{phk^e}{pc}\right) + (1-\beta)\log\left(\frac{phk_{-1}}{pc_{-1}}\right) \tag{2}$$

$$fIhn1 - \xi\, nbs = \delta_0 + \delta_1 (fIhn1_{-1} - \xi\, nbs_{-1}) + \delta_2 \frac{phk}{0.8 \cdot pih + 0.2 \cdot phgk} \tag{3}$$

Jeg vælger at se bort fra den offentlige andel af nettoinvesteringerne, *nbs*, i det følgende og arbejder videre med *fIhn1*, som værende lig *fIhn1*-ξ*nbs* således, at ovenstående bliver:

$$fIhn1 = \delta_0 + \delta_1 fIhn1_{-1} + \delta_2 \frac{phk}{0.8 \cdot pih + 0.2 \cdot phgk} \tag{3'}$$

$$K^S = K_{-1} \tag{4}$$

$$K = K_{-1} + fIhn1 \tag{5}$$

For at undgå størrelserne $K^D$, $K^S$ og $phk^e$, løser man for ligevægtsprisen i **(1)** (således at $K^D$=$K^S$=$K_{-1}$) og sætter denne ind i **(2)**. **(2)** sættes så ind i **(1)** og til sidst vendes funktionen således, at man får et eksplicit udtryk for *phk*.[1]

[1]En mere gennemført beskrivelse af, hvad der sker, findes i ADAM-bogen s.65.

Den mere praktiske model, som findes i ADAM bliver, da

$$\log\left(\frac{phk}{pc}\right) = \gamma_0 + \gamma_1\log(Y) + \gamma_2\log(K_{-1}) + \gamma_3 i + \gamma_4 infl + \gamma_5\log\left(\frac{phk_{-1}}{pc_{-1}}\right) \tag{6}$$

samt **(3')** og **(5)**.

Det ses, at der findes en isomorfi (en en-entydig afbildning) mellem parametrene i de to modeller:

$$(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5) = \left( -\frac{\alpha_0\beta}{\alpha_2}, -\frac{\alpha_1\beta}{\alpha_2}, \frac{\beta}{\alpha_2}, -\frac{\alpha_3\beta}{\alpha_2}, 1-\beta \right)$$

$$(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta) = \left( -\frac{\gamma_0}{\gamma_2}, -\frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \frac{(1-\gamma_5)}{\gamma_2}, -\frac{\gamma_3}{\gamma_2}, -\frac{\gamma_4}{\gamma_2}, 1-\gamma_5 \right)$$

For at få en forklaring på den anvendte models opførsel, ønskes der en analytisk løsning af den bagvedliggende teoretiske model.

## 2. Tilpasningstidens afhængighed af de strukturelle parametre.

Et af de aspekter, der ønskes forklaret, er, hvordan de strukturelle parametre i den analytiske model påvirker tilpasningshastigheden og amplituden for boligmodellens variabler i multiplikatoreksperimenter. Baggrunden for dette er den (urealistisk) høje tilpasningstid i *Kh* og *phk*, som har været resultatet af de forskellige eksperimenter[2].

Dette kan først gøres ved at simulere modellen med forskellige værdier for de strukturelle parametre og derefter se, hvordan tilpasningstiden og amplituden ændrer sig. Jeg har gjort dette for:

| | |
|---|---|
| Boligefterspørgslens indkomstelasticitet: | $\alpha_1$ |
| Boligefterspørgslens priselasticitet: | $\alpha_2$ |
| Prisdannelsens geometriske vægtning: | $\beta$ |
| Koefficient til Tobins-Q: | $\delta_2$ |

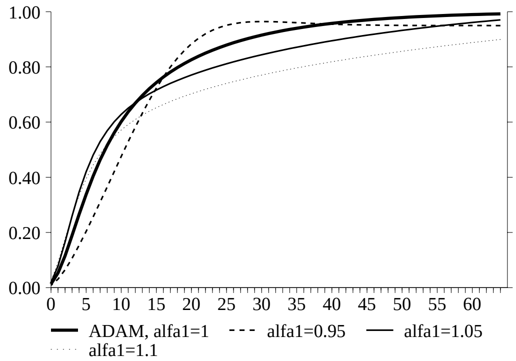
Jeg foretager et multiplikatoreksperiment, hvor indkomsten, *Yd9*, stiger med 1%. Grundforløbene er stationære, i den betydning at modellens eksogene variabler er konstante fra 1997 og frem, og modellen konvergerer derfra mod

[2] Ses i modelgruppepapiret HCO 5/11-1996

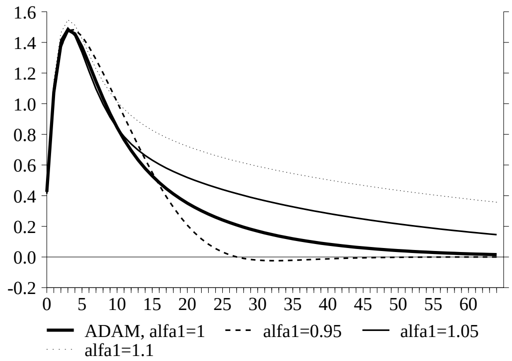
den stationære tilstand.[3] Herunder ses de procentvise multiplikatorer for *Kh* og *phk*, og hvordan de afhænger af de forskellige parametre:

**Figur 1. Procentvise multiplikatorer ved forskellige værdier af bolig-efterspørgslens indkomstelasticitet, $\alpha_1$:**

**Figur 1.1 *Kh***



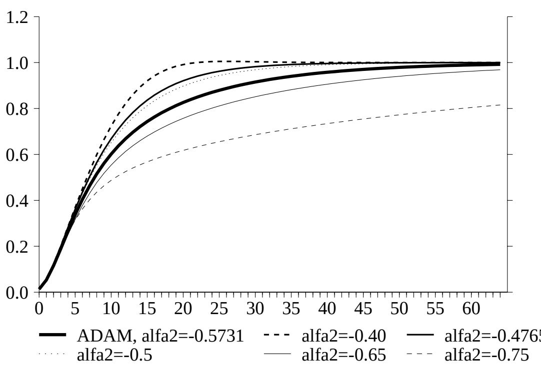

**Figur 1.2 *phk***



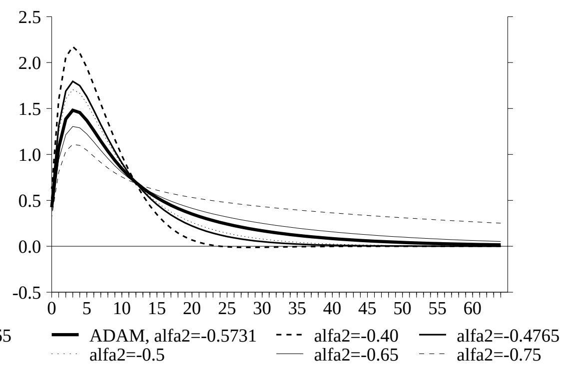

Det ses af Figurerne 1.1 og 1.2, at tilpasningstiden til den stationære tilstand stiger med stigende indkomstelasticitet i boligefterspørgslen, $\alpha_1$. For værdier af $\alpha_1$, som er større end ADAMs nuværende $\alpha_1$ (=1.0), vil *Kh* og *phk* slet ikke konvergere mod den stationære tilstand indenfor de betragtede 60 år. Dog kan man overbevise sig selv om at på *kort* sigt (indtil det 15. år) vil tilpasnings-*hastigheden* også være højere, jo højere indkomstelasticitet.

**Figur 2. Procentvise multiplikatorer ved forskellige værdier af bolig-efterspørgslens priselasticitet, $\alpha_2$:**

**Figur 2.1 *Kh***




**Figur 2.2 *phk***

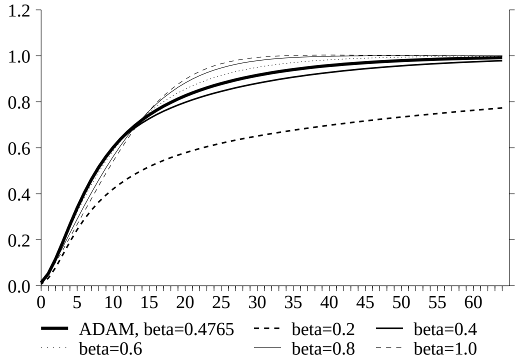



[3] Alternativt kunne man sikre at *alle* variabler i grundforløbet er stationære allerede fra første simulationsår (1997). Dette kan gøres ved at benytte MAL-MIDDEL kommandoen i PCIM. Et argument for at benytte MAL-MIDDEL metoden er, at man ved at ændre i parametrene i *phk* relationen også ændrer i niveauet for *phk* og dermed på den historiske uligevægt. Dette kan medføre meget lang konvergeringstid mod den stationære tilstand, hvis man kun lader de eksogene variable være stationære i grundforløbet. Et af problemerne med MAL-MIDDEL metoden er at den stationære tilstand så bliver den samme for samtlige parameterværdier, hvilket ikke er teoretisk korrekt. (Se udtrykket for $phk^*$ og $Kh^*$)).

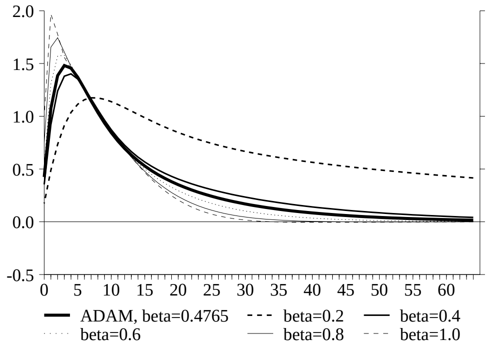
Her ses det af Figur 2.1 og Figur 2.2, at tilpasningshastigheden falder jo større den numeriske værdi af boligefterspørgslens priselasticitet er. Amplituden af *phk*s procentvise multiplikator afhænger også af $\alpha_2$. En mindre numerisk værdi af $\alpha_2$ giver en større amplitude.

**Figur 3. Procentvise multiplikatorer ved forskellige værdier af $\beta$:**

**Figur 3.1 *Kh***



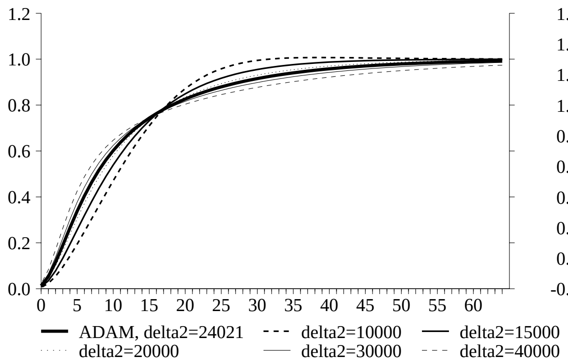

**Figur 3.2 *phk***



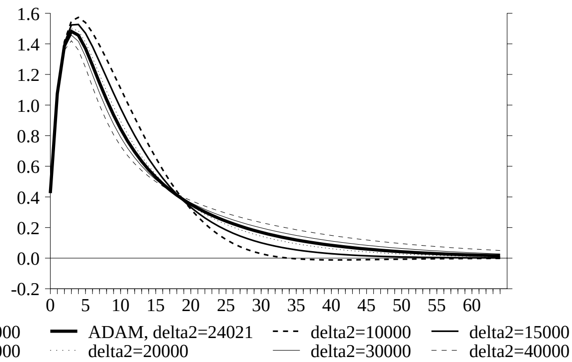

$\beta$ er parameteren, der indgår i bestemmelsen af *phk* i relation **(2)**. Den bestemmer vægten af ligevægtsprisen, $phk^e$, i det geometriske gennemsnit af denne og den laggede kontantpris, $phk_{-1}$. Teoretisk ville man forvente, at jo større $\beta$ er, jo hurtigere vil modellen tilpasse sig den stationære tilstand. Det er heldigvis også tilfældet i Figur 3.1 og 3.2. Endvidere ses det af figurerne, at amplituden af *phk*s multiplikator afhænger positivt af $\beta$.

**Figur 4. Procentvise multiplikatorer ved forskellige værdier af koefficienten til Tobins-Q i investeringsrelationen, $\delta_2$:**

**Figur 4.1 *Kh***




**Figur 4.2 *phk***




Tobins-Q beskriver forholdet mellem kontantprisen, *phk*, og geninvesterings-prisen, et vejet gennemsnit af *pih* og *phgk*. Koefficienten til Tobins-Q, $\delta_2$, påvirker nettoinvesteringerne i relation **(3)** og via modellen *Kh* og *phk*. Det ses af figurerne, at jo større $\delta_2$ er, jo længere er tilpasningstiden til den stationære tilstand, samt jo større amplitude i *phk*s procentvise multiplikator. På den anden side er tilpasningshastigheden på kort sigt (indtil 15-20 år) højere, jo større $\delta_2$ er.

Konkluderende kan man sige, at tilpasningshastigheden på lang sigt afhænger positivt af $\beta$ og $-\alpha_2$ og negativt af $\alpha_1$ og $\delta_2$. På kort sigt afhænger tilpasningshastigheden dog positivt af $\alpha_1$ og $\delta_2$ (skiftet sker efter ca. 15 år).
Man kan umiddelbart se en forklaring på, hvorfor den afhænger positivt af $\beta$, da et større $\beta$ medfører, at ligevægtsprisen påvirker værdien af *phk* i højere grad.
Hvorfor tilpasningstiden afhænger af $\delta_2$, $\alpha_1$ og $\alpha_2$, som den gør, er dog ikke klart. Specielt virker sammenhængen mellem tilpasningstiden på lang sigt og $\delta_2$ modsat af, hvad man kunne forvente, idet den indikerer, at tilpasningstiden falder, hvis nettoinvesteringerne afhænger mindre af kontantprisen. Til gengæld afhænger tilpasningshastigheden på kort sigt positivt af $\delta_2$, hvilket er mere intuitivt forståeligt.
Det er stadig ikke klart, hvorfor modellen, i nogen tilfælde, ikke konvergerer imod den stationære tilstand indenfor de betragtede 60 år.

## 3. Den stationære tilstand.

Det er muligt løse modellen for den stationære tilstand. Her er alle variabler konstante og i ligevægt, hvilket vil sige at:

(i) $phk = phk_{-1} = phk^e = phk^*$
(ii) $K = K_{-1} = K^D = K^S = K^*$
(iii) $fIhn1 = fIhn1_{-1} = fIhn1^* = 0$

Fra (i) ses det, at relation **(2)** er overflødig. Fra (ii) ses det, at relationerne **(4)** og **(5)** også er overflødige. I alt ses det, at modellen er strengt rekursiv i $fIhn1^*$, $phk^*$ og $K^*$.
Da nettoinvesteringerne er 0, findes $phk^*$ fra relation **(3')**. Denne sættes så ind i relation **(1)** som så giver $K^*$.

Dvs. i den stationære tilstand er

$$phk^* = -\frac{\delta_0}{\delta_2}\left(0.8pih + 0.2phgk\right) \qquad \textbf{(7)}^{4}$$

[4]Dette er ikke helt stringent, da *phgk* rent faktisk er en funktion af *phk*. Hvis man isolerer af *phk* fuldstændigt får man at

$$phk^* = \left(1 + 0.2\,kphkg\frac{\delta_0}{\delta_2}\right)^{-1}\left(-0.8\frac{\delta_0}{\delta_2}\right)pih$$

Hvor *kphkg* = *phk/phgk* er en konstant. Dette udtryk er dog ikke helt så overskueligt som **(7)**.

Af **(7)** ses det, at *phk*$^*$ er uafhængig af *Y*, så elasticiteten af *phk*$^*$ mht. indkomsten er 0. Heraf ses at hvis man laver et multiplikator eksperiment med en indkomststigning, skal *phk*'s procentvise multiplikator konvergere imod 0.

$$\log(K^*) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(Y) + \alpha_2 \log\left(\frac{phk^*}{pc}\right) + \alpha_3 i + \alpha_4 infl \Leftrightarrow$$

$$K^* = \exp(\alpha_0)\, Y^{\alpha_1} \left( -\frac{\delta_0}{\delta_2 pc}(0.8pih + 0.2phgk) \right)^{\alpha_2} \exp(\alpha_3 i)\exp(\alpha_4 infl) \qquad \textbf{(8)}$$

Af **(8)** fås, at boligbeholdningens indkomstelasticitet i den stationære tilstand e $d(\log(K^*))/d(\log(Y))=\alpha_1$, hvilket jo er ret heldigt, da dette også er tolkningen af denne parameter.

Man kan selvfølgelig også finde de langsigtede multiplikatorer for andre af de eksogene variabler i modellen, men da det er en indkomststigning jeg betragter i mit eksperiment er det elasticiteten mht. til indkomsten jeg er interesseret i.

Det er dog ikke de langsigtede multiplikatorer som beskriver tilpasnings-hastigheden og størrelsen af variablernes udsving. For at få svar på hvordan de forskellige parametre påvirker multiplikatorerne på det korte og mellemlange sigt, er det nødvendigt med en dynamisk løsning af modellen. Dette er dog ikke muligt i modellens nuværende form, da den indeholder både lineære og log-lineære relationer [5].
For at kunne komme med et bud på en analytisk forklaring på den lange tilpasningstid, er det derfor nødvendigt at simplificere modellen.[6]

---

[5]Et forsøg på at omforme modellen til et differentialligningssystem bar heller ikke frugt.

[6]Dette kan eventuelt gøres ved at totaldifferentiere/linearisere boligefterspørgslen og omformulere prisdannelsen til et vejet gennemsnit. Denne simplificering gør at modellen bliver til en *lineær* anden ordens differensligning, som kan løses.