

Rentestrømsrelationerne: Sammenhæng mellem afdragsandel og restløbetid

Resumé:

Dette papir er ment som et bilag til forrige papir om rentestrømsrelationerne og viser sammenhængen mellem afdragsandel og $1/(\text{gennemsnitlig restløbetid})$ for porteføljer bestående af enten rene annuitetslån eller rene serielån.

Ud fra en stiliseret model for porteføljedannelse vises det analytisk, at fortolkningen af afdragsandelen som $1/(\text{gennemsnitlig restløbetid})$ ikke holder.

I praksis kan fortolkningen dog benyttes som en god tommelfingerregel.

Et biprodukt af analysen er et bud på niveauerne for afdragsandele i rentestrømsrelationerne for sektorer, som holder "lange" eller "korte" papirer. I forhold til de tidligere foreslåede (på 0.1 hhv. 0.2) foreslås det, at afdragsandelen sættes op for de sektorer, der holder "korte" papirer, mens den sættes ned for sektorer, der holder "lange" papirer. Dette er i overensstemmelse med forslaget i forrige papir om rentestrømsrelationerne, hvor den historiske forklaringsgrad af den private ikke-finansielle sektors rentestrøm, Tipp2, blev brugt som kriterium for valg af afdragsandele.

g:\mmp\papir\rente4.mmp

Nøgleord: rentestrømme, afdragsandel, restløbetid, portefølje, dynamik

1. Indledning

I tidligere modelgruppepapirer om rentestrømsrelationerne har det været nævnt, at en sektors afdragsandel kan fortolkes som $1/(\text{gennemsnitlige restløbetid})$ for sektorens fast forrentede fordringer.

I *afsnit 2* opstilles en stiliseret model for porteføljedannelse, og det vises, at ovenstående fortolkning ikke holder eksakt.

I *afsnit 3* er vist resultater for den langsigtede afdragsandel og $1/(\text{gennemsnitlig restløbetid})$ fra simulering med den stiliserede model over alternative rentesatser og løbetider for de fordringer, hvori afdrag genplaceres.

I forrige papir om rentestrømsrelationerne blev det på baggrund af det historiske fit på den private ikke-finansielle sektors rentestrøm, *Tipp2*, forslået, at afdragsandelen for sektorer holdende "lange" papirer blev sat ned i forhold til den tidligere foreslåede på 0.1, mens den for sektorer holdende "korte" papirer blev sat op i forhold til den tidligere foreslåede på 0.2.¹ I *afsnit 4* er disse forslag sammenlignet med afdragsandelene dannet ud fra simuleringen med den stiliserede model.

2. En simpel dynamisk model for porteføljesammensætning

I det følgende beskrives en meget simpel model for dannelse af en sektors portefølje. De grundlæggende antagelser bag modellen er, at sektoren har en given formue, der placeres i én type af obligationer - her karakteriseret ved løbetiden for disse. Sektoren holder alle obligationer til udløb (eller udtrækning) og genplacerer afdragene i samme type obligationer.

Antag, at en sektor primo periode 1 til kurs pari erhverver sig obligationer med samlet værdi W , rentesats r og løbetid n . Af hensyn til forenkling skelnes der her ikke mellem kursværdi og pålydende værdi og således heller ikke mellem pålydende rente og effektiv rente.

Ultimo periode 1 falder første afdrag, som genplaceres i samme type obligationer, som oprindeligt erhvervet. Denne proces fortsætter, hvorved hovedstolen holdes konstant; mens sammensætningen af porteføljen ændres. Således vil sektoren i periode 2 holde obligationer med en restløbetid på både n og $n-1$ år. Generelt vil sektoren i periode $t \geq n$ holde obligationer med en restløbetid spændende fra 1 til n år.

Genplaceringsmekanikken og dermed sektorens porteføljesammensætning, afdragsandel og gennemsnitlig restløbetid på tidspunkt t kan for given initialformue beskrives ved følgende model:

¹ Jf. Rentestrømsrelationerne: Valutakurskorrektions, afdragsandele og J-led (Modelgruppepapir Morten Malle Pedersen 11. oktober 1993).

$$W_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^n A_{j,-1} & \text{hvis } i=n \\ W_{i+1,-1} - A_{i+1,-1} & \text{hvis } i < n \end{cases} \quad (1)$$

$$S = \sum_{i=1}^n A_i / \sum_{i=1}^n W_i \quad (2)$$

$$L = \sum_{i=1}^n i \cdot W_i / \sum_{i=1}^n W_i \quad (3)$$

hvor

- A_i Afdrag af obligationer med restløbetid i
- W_i Primo-beholdning af obligationer med restløbetid i
- S Afdragsandel af samlede primo-beholdning
- L Gennemsnitlig restløbetid

For variabler med to fodtegn henfører første fodtegn til restløbetiden, mens andet fodtegn henfører til tidspunktet (i forhold til periode t).

I (1) bestemmes primo-beholdningen af nye obligationer som summen af afdragene af de enkelte obligationer i den foregående periode og primo-beholdningen af de øvrige obligationer som primo-beholdningen i foregående periode fratrukket afdraget i foregående periode.

I (2) bestemmes afdragsandelen af den samlede portefølje som summen af de enkelte afdrag sat i forhold til værdien af den samlede portefølje.

Endelig bestemmes i (3) den gennemsnitlige restløbetid primo perioden som et vejet gennemsnit af de enkelte restløbetider. Alternativt kunne den gennemsnitlige restløbetid opgøres medio eller ultimo perioden, hvilket alt andet lige vil mindske denne.

Bestemmelsen af A_i er ikke her beskrevet; men afhænger af lånetype, hovedstol, løbetid og rentesats. (I det følgende betragtes kun porteføljer bestående af annuitetslån eller serielån).

Af (2) og (3) ses det, at fortolkningen af afdragsandelen som $1/(\text{den gennemsnitlige restløbetid})$ holder, såfremt

$$S = 1/L \Leftrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^n A_i / \sum_{i=1}^n W_i = \sum_{i=1}^n W_i / \sum_{i=1}^n i \cdot W_i \quad (4)$$

hvilket under modellens antagelser ikke er tilfældet for porteføljer bestående af rene annuitetslån eller rene serielån.

3. Simulering af modellen

Den "behagelige" fortolkning skyder dog ikke *helt* galt, hvilket fremgår af nedenstående tabel, der viser afdragsandel og 1/(gennemsnitlig restløbetid) ved alternative rentesatser og løbetider for de ny erhvervede obligationer ved porteføljer bestående af *annuitetslån*. Tallene er dannet gennem simulering af ovenstående model, og de viste tal er langsigtniveauer.²

For porteføljer bestående af *serielån* er sammenhængen mellem afdragsandel og 1/(gennemsnitlig restløbetid) givet ud fra tabellens første række – altså den samme sammenhæng, som findes mellem de to størrelser for annuitetslån, når rentesatsen er 0. For serielån er sammenhængen m.a.o. uafhængig af rentesats.³

Tabel 1. Afdragsandel og 1/(gnsntl. restløbetid) for annuitetslån

Rentesats (pct)	Løbetid for ny erhvervede fordringer							
	5		10		20		30	
0	0.33	0.27	0.18	0.14	0.10	0.07	0.06	0.05
6	0.32	0.28	0.17	0.15	0.08	0.08	0.05	0.05
8	0.32	0.28	0.16	0.15	0.08	0.08	0.05	0.05
10	0.31	0.28	0.16	0.15	0.07	0.08	0.05	0.05
15	0.30	0.28	0.15	0.15	0.07	0.08	0.04*	0.06
20	0.30	0.28	0.14	0.15	0.06	0.08	0.04*	0.06

Anm. Første tal i hver celle angiver afdragsandel, andet tal angiver 1/(gnsntl. restløbetid). Tegnet * angiver, at der ikke er konvergens efter 170 perioder

² Ved simulering viser det sig, at porteføljens alderssammensætning (på restløbetider) og dermed afdragsandel og gennemsnitlig restløbetid konvergerer på langt sigt. Fordelingen er dog "skæv", idet der holdes relativt flere obligationer med en lang restløbetid.

³ Vi husker her, at for en rentesats på 0 er (porteføljer af) serielån identiske med (porteføljer af) annuitetslån. Afdragsandel og 1/(gennemsnitlig restløbetid) for rene serielån er derfor identiske med de tilsvarende størrelser for annuitetslån. Da endvidere serielån har faste afdrag bestemt *uafhængigt* af rentesats, vil afdragsandel og gennemsnitlig restløbetid for serielån være uafhængige af rentesats.

Det fremgår af tabellen, at afvigelsen mellem afdragsandel og $1/(\text{gennemsnitlig restløbetid})$ generelt ikke er voldsom, hvorfor fortolkningen af afdragsandel som $1/(\text{gennemsnitlig restløbetid})$ kan betrages som en (god) tommelfingerregel.

4. Valg af afdragsandele i rentestrømsrelationerne

Den viste tabel kan desuden benyttes til at give et bud på afdragsandelen af en sektors fastforrentede portefølje, såfremt løbetiden for de fordringer, hvori afdrag genplaceres, kendes (og er konstant).

I rentestrømsrelationerne er det antaget, at en given sektor holder enten "lange" eller "korte" papirer (og løbende genplacerer afdrag i samme).

Såfremt vi ved "lange" papirer mener 20-30-årige, bør afdragsandelen for sektorer, der er antaget hovedsageligt at holde disse, ligge i intervallet 0.05-0.07, mod det tidligere forslag på 0.1.

Det tidligere forslag til afdragsandel for sektorer holdende "korte" papirer er 0.2. Hvis vi ved "korte" papirer mener 2-10-årige, ses det af tabellen, at denne afdragsandel er for lille. Den bør så ligge i intervallet 0.25-0.35.

Disse forslag til nye afdragsandele er i øvrigt konsistente med forslagene i forrige rentestrømspapir, hvor den historiske forklaringsevne på den private ikke-finansielle sektors rentestrøm, *Tipp2*, blev brugt som kriterium for forslag til kombinationen af afdragsandele.