

## Bygningskapital: $K^*/K$ -forhold og trend-kalibrering

### Resumé:

*For bygningskapitalens vedkommende er kapitalmængden meget stor i forhold til investeringerne. Det betyder, at der relativt set skal store investeringer til for at opnå blot små ændringer i kapitalmængden. Under visse – ikke urealistiske – omstændigheder kræver en øjeblikkelig forøgelse af kapitalmængden med 1% en øjeblikkelig forøgelse af investeringerne med over 80%. Det kan derfor vække bekymring, at den ønskede bygningskapital,  $K^*$ , lå 25% over den observerede,  $K$ , i sidste historiske år (1996). Dette skulle jo via  $K$ 's tilpasning til  $K^*$  frembringe storstilede investeringer de første simulationsår.*

*I papiret vises det, at uligevægten ikke genererer storstilede investeringer. Dette skyldes bl.a. målingen af  $K^*$ , der angiver den ønskede kapitalmængde i et stationært forløb. I vækstforløb er det reelle ligevægtsniveau – p.g.a.  $K$ 's træge tilpasning – mindre end  $K^*$ , og derfor er den reelle uligevægt langt mindre end ovenfor skitseret.*

*Et selvstændigt problem er, at store residualer i relationerne for kapitalmængden i de sidste historiske år kan give store investeringer de første simulationsår. Dette problem løses ved en kalibrering af effektivitetsindeksene i de foreløbige år (de historiske år 1993-1996).*

---

mmp28897.wp

**Nøgleord:** Bygningskapital, investeringer, effektivitetsindeks, fejlkorrektion, fremskrivning

*Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## 1. Indledning

I ADAM august 1997 er der for de 16 erhverv  $a, ng, ne, nf, nn, nb, nm, nt, nk, nq, b, qh, qs, qt, qf$  og  $qq$  implementeret nye relationer for bruttoinvesteringer i bygninger og anlæg<sup>1</sup>. Investeringerne afledes via en dynamisk identitet fra adfærdsrelationer bestemmende kapitalmængden. På grund af investeringernes lange levetid er kapitalmængden stor i forhold til investeringerne. Når den dynamiske identitet skal overholdes betyder dette, at relativt små ændringer i kapitalmængden giver relativt store ændringer i investeringerne. Specielt *kan* en overvurdering af kapitalmængden i adfærdsrelationerne med 1% frembringe en overvurdering af investeringerne med over 80%.

Denne sammenhæng mellem investeringer og kapitalmængde udgør krumtappen i den velkendte accelerator og burde som sådan ikke komme bag på nogen. Men med denne i baghovedet kan det vække bekymring hos fremskriveren, at den ønskede kapitalmængde  $K^*$ , ligger knap 25% over den observerede,  $K$ , i sidste historiske år (1996). Dette forhold skulle jo via fejlkorrektion, dvs.  $K$ 's tilpasning til  $K^*$ , frembringe storstilede investeringer.

Nærværende papir skulle i den henseende gerne være en beroligende pille for den bekymrede fremskriver / konjunkturmager. Det vises nemlig, at i et forløb med vækst er uligevægten reelt langt mindre end fremstillet ovenfor.

Et selvstændigt problem er, at store residualer i relationerne for kapitalmængden i de sidste historiske år kan give store investeringer de første simulationsår. Dette problem løses ved en kalibrering af effektivitetsindeksene i de foreløbige år (de historiske år 1993-1996). Denne kalibrering sker analogt med kalibreringen af effektivitetsindeksene i relationerne for maskinkapital og arbejdskraft.

Papiret er organiseret som følger:

I afsnit 2 afdækkes forhold, der er afgørende for, hvor meget en given uligevægt i kapitalmængden slår ud i investeringerne. Kalibreringen af effektivitetsindeks for foreløbige år gennemgås i afsnit 3. Endelig vises det i afsnit 4, hvorledes forholdet mellem ønsket og observeret kapitalmængde,  $K^*/K$ -forholdet, afhænger af estimerede parametre og vækstraten i økonomien.

---

<sup>1</sup> Se modelgruppepapir MMP 13. juni 1997

## 2. Om sammenhængen mellem investeringer og kapitalmængde.

I ADAM august 1997 bestemmes bygningsinvesteringerne ud fra dynamiske identiteter af formen:

$$fbl_i = fKbl_i - fKbl_{i-1} + bflv_i \cdot fKbl_{i-1} \quad (1)$$

$fbl_i$  investeringsmængde (i erhverv  $i$ )  
 $fKbl_i$  kapitalmængde  
 $bflv_i$  afgangsrate

Identiteten (1) siger, at kapitalmængden ultimo er lig kapitalmængden primo tillagt nettoinvesteringer (bruttoinvesteringer minus afgang). Det er dog venstreside-variablen, investeringerne, der bestemmes i (1)<sup>2</sup>. Kapitalmængden bestemmes i fejlkorrektionsrelationer af formen:

$$\begin{aligned} D\log(fKbl_i) &= \alpha D\log(fX_i) \\ &- \lambda [\log(fKbl_{i-1}) - \log(fKbl_{i-1}^w)] \\ &+ \rho_i (D\log(fKbl_{i-1}) - \alpha D\log(fX_{i-1})) \\ &\quad + \lambda [\log(fKbl_{i-2}) - \log(fKbl_{i-2}^w)] \end{aligned} \quad (2)$$

$fKbl_{i,w}$  ønsket kapitalmængde  
 $fX_i$  produktionsværdi

Den ønskede kapitalmængde er givet ved

$$\log(fKbl_{i,w}) = \beta_0 + \log(fX_i) - \beta \log\left(\frac{uibl_i}{px_i}\right) - \log(dt fKbl_i) \quad (3)$$

$uibl_i$  usercost  
 $px_i$  outputpris  
 $dt fKbl_i$  effektivitetsindeks

I sammenhængen mellem investeringer og kapitalmængde er det i første omgang (1), der er interessant. Udregnes differentialet ses det, at en ændring i kapitalmængden på 1 enhed i år  $t$  kræver en tilsvarende ændring i investeringsmængden i år  $t$ .

---

<sup>2</sup> Undtagelser herfra er erhvervene  $e$ ,  $o$  og  $h$ . I erhvervene  $e$  og  $o$  er bygningsinvesteringerne eksogene, og i  $h$ -erhvervet bestemmes de i boligmodellen.

Generelt er der følgende sammenhæng mellem et puf til kapitalmængden i år  $t$  og et puf til investeringerne samme år:

$$dfbl_i = dKbl_i \quad (4)$$

Bemærk, at  $d$ 'erne ovenfor angiver ændringen på et givet tidspunkt og ikke ændringer over tid.

Opgjort relativt er sammenhængen følgende:

$$\frac{dfbl_i}{fbl_i} = \frac{dKbl_i}{fKbl_i - fKbl_{i-1} + b fibl_{v_i} \cdot fKbl_{i-1}} \quad (5)$$

Lader man  $g$  betegne vækstraten i kapitalmængden, kan (5) skrives på den kønnere form:

$$\frac{dfbl_i}{fbl_i} = \frac{dKbl_i}{fKbl_i - \frac{fKbl_i}{1+g} + b fibl_{v_i} \cdot \frac{fKbl_i}{1+g}} = \frac{1+g}{g + b fibl_{v_i}} \frac{dKbl_i}{fKbl_i} \quad (6)$$

Og det kan man så regne på:

I 1996 var den gennemsnitlige afgangsrate for bygningskapitalen (for de betragtede erhverv) knap 0.012. I følge (6) vil én procent højere kapitalmængde i 1996 svare til et  $1/0.012 = 83,3\%$  højere investeringsniveau, hvis udgangspunktet vel og mærke er et forløb, hvor bygningskapitalen er uændret fra det foregående år.

Nu steg den samlede mængde bygningskapital (for de betragtede erhverv) fra 1995 til 1996 med ca. 1.75%. Tager man højde for dette, svarer en 1%-stigning i kapitalmængden en stigning i investeringsmængden på  $1.0175/(0.0175+0.012) = 34.5\%$

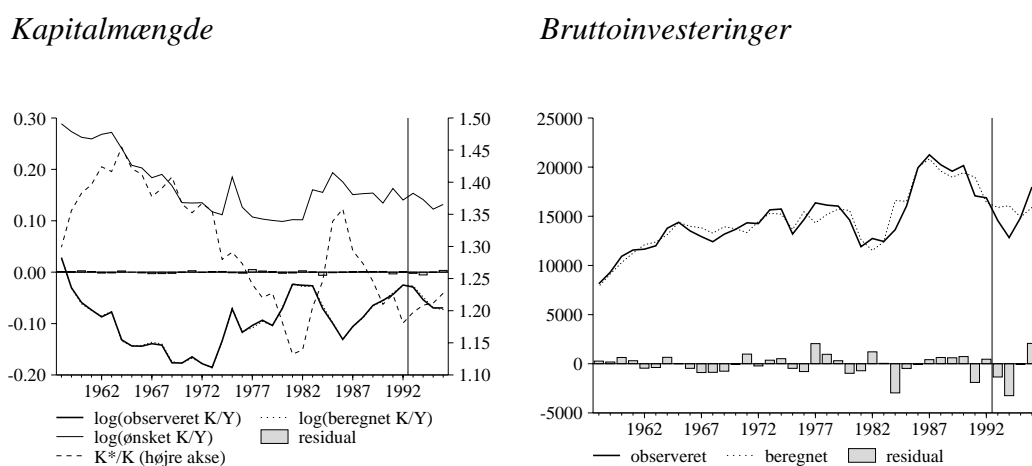
Disse beregninger illustrerer følgende to forhold:

- Den relative ændring, der kræves i investeringsmængden for at nå en given relativ ændring i kapitalmængden, er stor.
- Samme krævede relative ændring varierer kraftigt med vækstraten i kapitalmængden.

Af disse er det nok det første, acceleratoren, der umiddelbart volder størst bekymring. Med beregningerne i bagehovedet står der jo som nævnt indledningsvis, at en overvurdering af kapitalmængden med 1% ikke urealistisk kan frembringe en overvurdering af investeringsmængden med over 80%

Hvorvidt der er tale om et reelt problem, kan man få en idé om ved at kigge på nedenstående figur 2.1, der viser den aggregerede forklaringssevne af kapitalmængde og investeringer.

**Figur 2.1 Forklaringsevne af bygningskapital**



Af diagrammet til venstre ses det, at den beregnede kapitalkvotient ligger lige oven i den observerede. Følgen af dette er selvfølgelig en rimelig god forklaringssevne af investeringerne. Det skal dog bemærkes, at figuren viser resultatet af en statisk simulation, dvs. en simulation, hvor der som værdier for laggede kapitalmængder benyttes observerede – og ikke beregnede – størrelser. Kapitalmængden får derved ikke lov til at "stikke af" i perioder, hvor denne enten overvurderes eller undervurderes flere år i træk. Dette ville være tilfældet i en dynamisk simulation, og resultatet ville selvfølgelig være et ringere fit på såvel kapitalmængde som på investeringer.

### 3. Kalibrering af effektivitetsindeks for foreløbige år

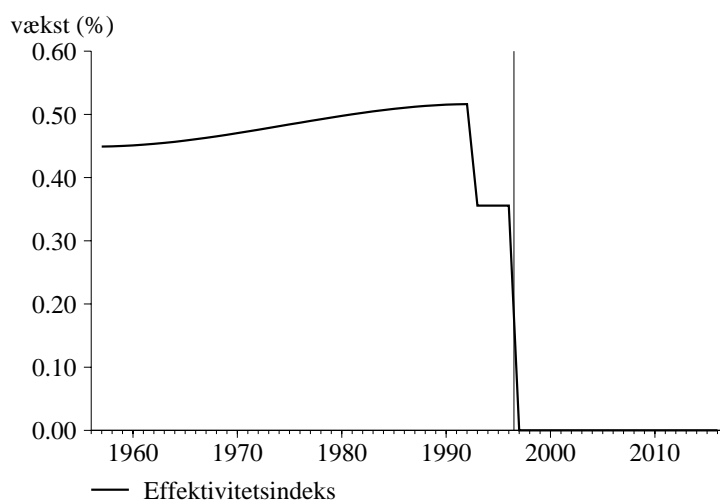
I de foreløbige år, p.t. årene 1993-1996, fremskrives bygningskapitalens effektivitet som udgangspunkt med en konstant vækstrate, som er lig vækstraten i sidste endelige år (sammenfaldende med sidste estimationsår). Denne fremskrivning *kan* give store residualer i relationerne for kapitalmængden i de foreløbige år og afstedkomme volatile investeringer de første simulationsår. Problemet imødekommes ved at beregne effektivitetsindeksene i de foreløbige år baglæns, således at den beregnede kapitalmængde i disse år ikke afviger forholdsmæssigt meget fra den observerede.

Som det er tilfældet for maskinkapitalens vedkommende, afgøres det ved tests af kapitalmængdeligningernes forklaringssevne i foreløbige år, om der skal

justeres i effektivitetsindeksene. Konkret afslører disse tests ( $\chi^2$ -tests), at forklaringsevnen i de foreløbige år falder signifikant i erhvervene *nf*, *qf* og *qq*. Kapitalmængden i disse erhverv har siden 1980 udgjort en femtedel af den samlede kapitalmængde i de 16 erhverv.

Efter en justering af effektivitetsindeksene i disse erhverv fås følgende aggregerede effektivitetsindeks:

**Figur 3.1** Aggregeret effektivitetsindeks



Af figuren ses det, at der i de foreløbige år 1993-1996 opnås en vækstrate på ca. 0.35%. Var justeringen *ikke* foretaget, ville vækstraten have været lig vækstraten i 1992. Denne er på ca. 0.50%. Fra 1997 og frem er vækstraten – blot til brug i det følgende – sat til 0.

#### 4. $K^*/K$ -forhold i fremskrivninger

Af diagrammet til venstre i figur 2.1 ses det, at den ønskede kapitalmængde lå knap 25% over den faktiske i 1996 ( $K^*/K$ -forholdet var knapt 1.25 i 1996). Det vækker bekymring hos konjunkturmageren, der vil spørge om denne uligevægt ikke vil frembringe stortilede investeringer de første simulationsår.

Det bedst dækkende svar hertil må være et nej. Og det kan begrundes som følger: *For det første* er  $K$ 's tilpasning til  $K^*$  meget langsom for bygningskapitalens vedkommende. En eventuel stor investeringsmængde vil således blive fordelt ud over en lang periode. *For det andet* er  $K^*$  generelt ikke sammenfaldende med ligevægtskapitalmængden i et vækstforløb. Det er alene under et stationært forløb for de eksogene variable (her produktionsniveau, relativ pris og effektivitetsindeks), at  $K$  tilpasser sig  $K^*$ . I et vækstforløb vil  $K$  altid halte efter  $K^*$ . Specielt vil  $K$  altid være mindre end  $K^*$  i et *steady state* vækst-forløb. For bygningskapitalen kan det vises (se bilag 1), at i et *steady state* forløb med

- konstante relative priser,
- et konstant niveau for effektivitetsindekset
- og en vækstrate af størrelsen  $g$  i produktionsværdien

vil  $fKbl_i$  tilpasse sig følgende størrelse

$$fKbl_i = \kappa \cdot fKbl_{i,w} , \kappa = \exp\left(\frac{(\alpha-1)g}{\lambda}\right) < 1 \quad (7)$$

Ligevægtsniveau for bygningskapitalen i et vækstforløb kan således udtrykkes ved ligevægtsniveauet i et stationært forløb gange en korrektionsfaktor,  $\kappa$ , hvor sidstnævnte alene afhænger af estimerede parametre og vækstraten. Da estimatet for  $\alpha$  er mindre end 1 og estimatet for  $\lambda$  er positiv, vil  $\kappa$  være mindre end én (under positiv vækst). Dermed vil det reelle ligevægtsniveau for bygningskapitalen ligge under  $fKbl_{i,w}$ .

Af udtrykket for  $\kappa$  ses det, at denne er faldende i niveauet for vækstraten. Jo større vækstrate jo mindre vil ligevægtsniveauet være i forhold til  $fKbl_{i,w}$ . Det ses også, at  $\kappa$  er stigende i niveauet for tilpasningshastigheden. Specielt vil det i tilfældet med øjeblikkelig tilpasning gælde, at  $\alpha = \lambda = 1$ . Da vil  $\kappa$  være lig 1, og  $fKbl_{i,w}$  vil således afspejle det reelle ligevægtsniveau.

I figur 4.1 er ligevægts  $K^*/K$ -forholdet optegnet som en funktion af vækstraten med de estimerede parametre for bygningskapitalen ( $\lambda = 0.1$ ,  $\alpha = 0.0457$ ). Det ses, at dette forhold er 1 i et stationært forløb ( $g = 0$ ) og eksponentielt stigende i vækstraten.

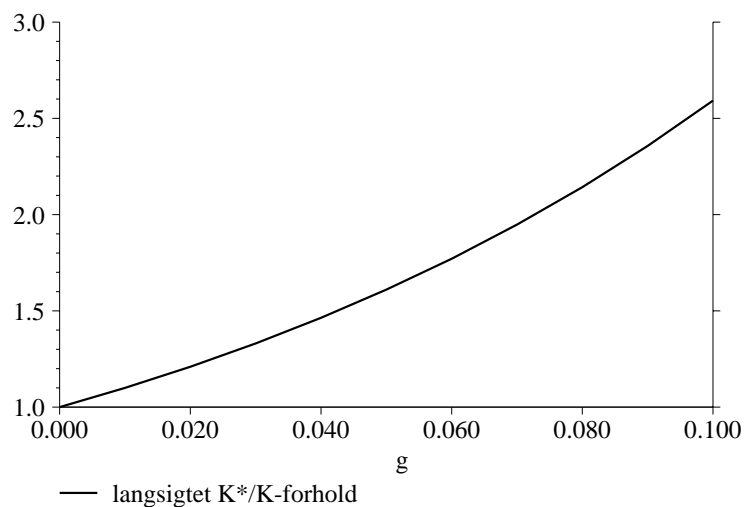
#### **Figur 4.1      Langsigtet $K^*/K$ -forhold som funktion af vækstrate**

Af figur 4.1 ses det, at

- ligevægts-forholdet er 1 i et stationært forløb ( $g = 0$ ),
- ligevægts-forholdet er (svagt) eksponentielt stigende i vækstraten og
- et  $K^*/K$ -forhold på ca. 1.25, svarende til  $K^*/K$ -forholdet i 1996, er sammenfaldende med ligevægts-forholdet ved en vækstrate på godt 2%.

Af disse erkendelser, må den sidste pind være ret opmuntrende for konjunkturmageren. Den siger jo, at uligevægten ikke var ret stor i 1996. Det kan derfor forventes, at en fremskrivning ikke giver storstilede investeringer.

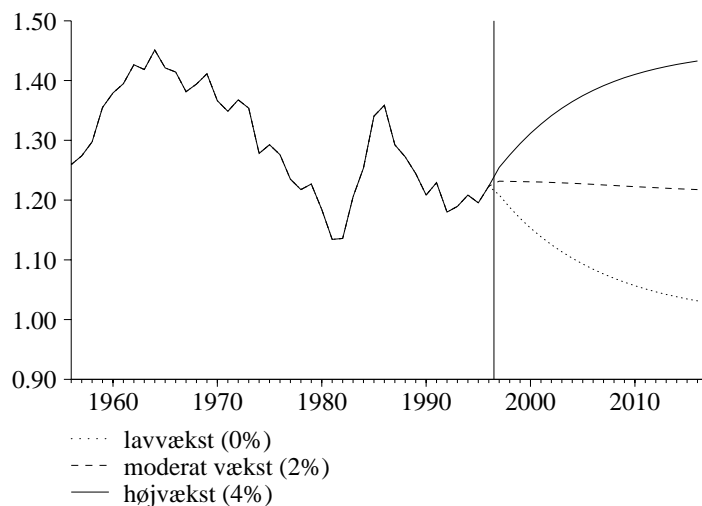
De følgende figurer 4.2 og 4.3 viser, hvorledes kapitalmængde og investeringer vil udvikle sig for alternative vækstrater i produktionsværdierne, når relativ



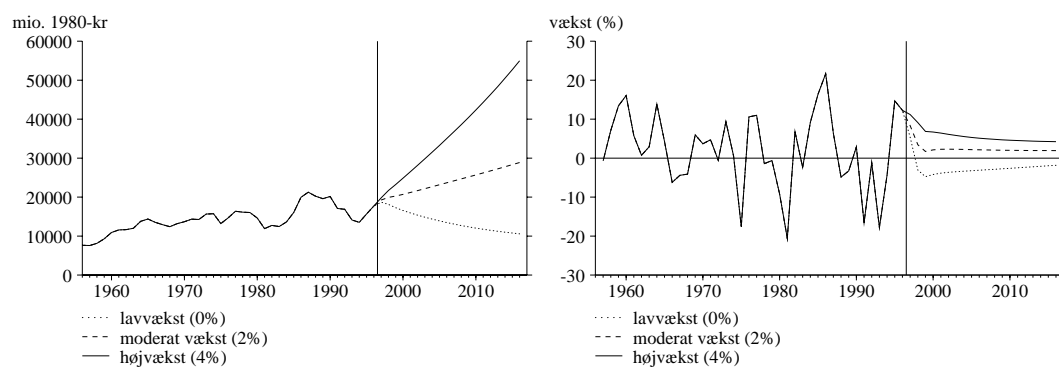
usercosts og effektivitetsindeks holdes konstante.

Figur 4.2 viser udviklingen i  $K^*/K$ -forholdet. Det ses, at ved en vækstrate på 2% vil  $K^*/K$ -forholdet være nogenlunde uændret. Ved en vækstrate på 4% vil  $K^*/K$ -forholdet være stige indtil det – jf. figur 4.1 – stabiliserer sig på ca. 1.5. Ved en vækstrate på 0% vil  $K^*/K$ -forholdet falde og stabilisere sig på 1.

**Figur 4.2**  $K^*/K$ -forhold under alternative vækstforløb





**Figur 4.3 Investeringer under alternative vækstforløb**

### Bilag 1. Langsigtsniveau for kapitalmængden under vækst

I det følgende vises det, hvorledes man kommer frem til (7).

Af (3) ses det, at under et konstant prisforhold og ved et konstant niveau for effektivitetsindekset er vækstraten i  $fKbl_{i,w}$  den samme som vækstraten i produktionsværdien,  $fX_i$ . I det specielle tilfælde, hvor  $fX_i$  vokser med en konstant rate,  $g$ , vokser  $fKbl_{i,w}$  også med raten  $g$ . Indsættes dette resultat i (2) og tages der differenser af denne fås:

$$\begin{aligned} D\log(fKbl_i) &= g(\lambda - \rho\lambda) \\ &+ (1 - \lambda + \rho)D\log(fKbl_{i,-1}) \\ &+ (\rho\lambda - \rho)D\log(fKbl_{i,-2}) \end{aligned} \quad (8)$$

Under forudsætning af stabilitet af (8) gælder det på langt sigt, at:

$$D\log(fKbl_i) = g \quad (9)$$

På langt sigt følger  $fKbl_i$  således samme vækstrate som  $fKbl_{i,w}$  og dermed  $fX_i$ .

Indsættes dette resultat i (2) fås, at

$$\begin{aligned} g &= \alpha g \\ &- \lambda[(\log(fKbl_i) - g) - (\log(fKbl_{i,w}) - g)] \\ &+ \rho_i(g - \alpha g \\ &\quad + \lambda[(\log(fKbl_i) - 2g) - (\log(fKbl_{i,w}) - 2g)]) \end{aligned} \quad (10)$$

$\Leftrightarrow$

$$\log(fKbl_i) = \frac{(\alpha - 1)g}{\lambda} + \log(fKbl_{i,w}),$$

hvilket er ækvivalent med (7).