

## Konjunkturændringer og sæsonkorrektion

**Peter Tibert Stoltze**

*psl@dst.dk*

*Danmarks Statistik*

*Statistisk Metode*

**Abstract:** Identifikation og estimation af ARIMA-modeller er en vigtig del af sæsonkorrektion med X-12-ARIMA, men i perioder med konjunkturændringer øges usikkerheden på disse beregninger. Dette afspejles i sæsonkorrektionen, for eksempel gennem revisioner af offentliggjorte tal. I notatet diskuteres nogle af de tekniske muligheder, der kan benyttes for at tilsikre en fornuftig sæsonkorrektion. Eksemplerne er retrospektive i natur, men de kan måske gøre os bedre forberedte til kommende konjunkturændringer for så vidt angår sæsonkorrektion.

### 1. Introduktion

*Formålet med sæsonkorrektion er...*

Når vi sæsonkorrigerer en tidsserie er det kort fortalt for at kunne se udviklingen indenfor de seneste perioder uden at skulle tage hensyn til sæson-effekter. ESS (European Statistical System) har udarbejdet retningslinier for sæsonkorrektion, hvor formålet er mere udførligt beskrevet. Her står der blandt andet, at formålet med sæsonkorrektion er at fjerne typiske sæsonudsving og kalenderafhængige bevægelser i tidsserien. Dette betyder, at atypiske bevægelser kun skal fjernes midlertidigt fra serien inden sæson- og kalendereffekter estimeres. På denne måde sikrer man sig, at disse atypiske hændelser ikke fjernes fra serien.

*... at tydeliggøre det atypiske*

Med andre ord er formålet med sæsonkorrektion ikke at udglatte serien, men derimod at fjerne de typiske mønstre så de atypiske mønstre står tilbage. De atypiske mønstre er ofte den interessante del af en tidsserie.

*Støj eller start på ændret systematik?*

I forbindelse med konjunkturændringer opstår der en interessant udfordring, for det er på disse tidspunkter, at interessen for de seneste ændringer er størst, men det er også her, at det er sværest at lave sæsonkorrektion. For når den seneste observation adskiller sig fra det forventede skal man svare på spørgsmålet: Er der tale om en enkeltstående atypisk observation eller ser vi starten på en trendændring?

*Muligheder med X-12-ARIMA*

Danmarks Statistik (DST) anvender X-12-ARIMA til sæsonkorrektion, og i dette notat beskrives nogle af de tekniske muligheder som X-12-ARIMA byder på i forhold til at sikre en stabil estimation af sæsonkomponenten. På konferencen præsenteres eksempler fra Danmarks Statistiks produktion.

### 2. Tekniske muligheder

*Dekomposition efter multiplikativ model*

Sæsonkorrektion baserer sig på dekomposition af én observeret tidsserie i tre eller flere uobserverede komponenter, og en multiplikativ model ser ud som følger:

$$y_t = tc_t \cdot i_t \cdot s_t$$

hvor  $t$  er tid,  $y$  er den observerede serie,  $tc$  er trendcykelkomponenten,  $i$  er irregulærkomponenten og  $s$  er sæsonkomponenten. Den sæsonkorrigerede serie  $sa$  er da givet ved

$$sa_t = tc_t \cdot i_t = \frac{y_t}{s_t}$$

Denne simple dekomposition kan udvides med kalenderafhængige effekter (for eksempel for at korrigere for ugedage eller påske), men her fokuseres på sæsonkomponenten  $s$ .

*Symmetriske glidende gennemsnitsfiltre*

Estimationen af sæsonkomponenten  $s$  foregår med symmetriske glidende gennemsnitsfiltre forudsætter, at serien gennem forecasting (og backcasting) bliver udvidet med adskillige år. De bredeste filtre er  $3 \times 9$  sæsonfiltre, der kræver forecasting med fire år. De smalleste er  $3 \times 3$  sæsonfiltre, der kræver forecasting med et enkelt år.

*Kort beskrivelse af ARIMA-model*

Forecastingen foregår i X-12-ARIMA med en regARIMA-model

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D(y_t - \sum_i \beta_i x_{it}) = \theta(B)\Theta(B^s)e_t$$

hvor  $y$  er den observerede serie,  $B$  er lag-operatoren (så  $By_t = y_{t-1}$ ),  $e$  er hvid støj og  $\phi(B)$ ,  $\Phi(B^s)$ ,  $\theta(B)$  og  $\Theta(B^s)$  er polynomier i  $B$  af orden  $p$ ,  $P$ ,  $q$  henholdsvis  $Q$ . For eksempel kan  $\phi(B)$  skrives ud som

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Regressorerne  $x_i$  udtrykker systematiske effekter, der ønskes modelleret i modellen. Det kan være de allerede omtalte kalenderafhængige effekter, men det kan også være atypisk observationer der ønskes modelleret som outliers.

## 2.a. Revision af modeller til sæsonkorrektion

*Valg af ARIMA-model*

Når man fastligger en sæsonkorrektion er det væsentligt, at der vælges en fornuftig ARIMA-model. Valg af model omfatter i første omgang identifikation af optimale dimensioner  $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$  samt estimation af modellens parametre, men i forbindelse med konjunkturændringer kan gøre det nødvendigt at ændre i den valgte model udenfor den normale revisionsperiode. Ved fastholdelse af modeldimensionerne giver reestimation af modellens parametre dog som regel tilstrækkelig fleksibilitet. I ESS retningslinjerne er denne strategi benævnt *Partial concurrent adjustment*.

*Valg af dekomposition*

Et andet aspekt af modelfastlæggelsen er valg af model til dekomposition. Den allerede nævnte multiplikative model anvendes sammen med en logaritmetransformation af data, hvilket kan være hensigtsmæssigt hvis serien indeholder væsentlige ændringer i niveau. Under den multiplikative model er sæsoneffekten udtrykt relativt og er således fleksibel i forhold til seriens niveau. En sæsonfaktor på 1,05 har den samme relative betydning (5 pct.) uanset om seriens niveau er 500 eller 1000.

Alternativet er den additive model

$$y_t = tc_t + i_t + s_t$$

hvor effekten af sæson er absolut, for eksempel 50 enheder i juni måned uanset om niveauet er 500 eller 1000. Den relative effekt af sæsonen varierer i dette tilfælde med en faktor to afhængigt af seriens niveau.

Det kan være væsentligt at overveje, om sæsoneffekten er absolut eller relativ. I de fleste sammenhænge er det mest naturlige at opfatte sæsoneffekten relativt og favorisere logaritmetransformation og multiplikativ model når der testes for optimal transformation. Med X-12-ARIMA kan dette gøres på følgende måde

```
transform{
  function = auto
  aicdiff = -5.0 # default -2.0
}
```

så AICC (et tilpasningsmål for modellerne) skal være væsentligt bedre for den additive model for at denne vælges over den multiplikative model.

*Valg af sæsonfilter*

Hvis man mener, at den underliggende sæsoneffekt er under ændring kan man lave en mindre udglatning af sæsonkomponenten gennem at benytte et kortere sæsonfilter. Et kortere sæsonfilter har også den fordel, at det er mindre afhængigt af lange forecasts af tidsserien. Et godt valg kan være et 3×3 sæsonfilter, der kan vælges på følgende måde:

```
x11{
  seasonalma = s3x3
}
```

Valg af kortere filtre betyder som nævnt mindre udglatning, og dermed kan sæsonfaktoren og dermed den sæsonkorrigerede serie blive mere volatil.

## 2.b. Modelling af konjunkturændring som outlier

*Modellering af outlier*

Før identifikation af sæsonkomponenten fjernes usædvanlige observationer midlertidigt. Med X-12-ARIMA er der mulighed for at arbejde med outlier af flere typer, men de vigtigste og mest benyttede er *Additive Outliers* (AO) og *Level Shift* (LS). Regressorerne for disse typer er defineret som følger:

$$AO_t^{(t_0)} = \begin{cases} 1 & \text{for } t = t_0 \\ 0 & \text{for } t \neq t_0 \end{cases}$$

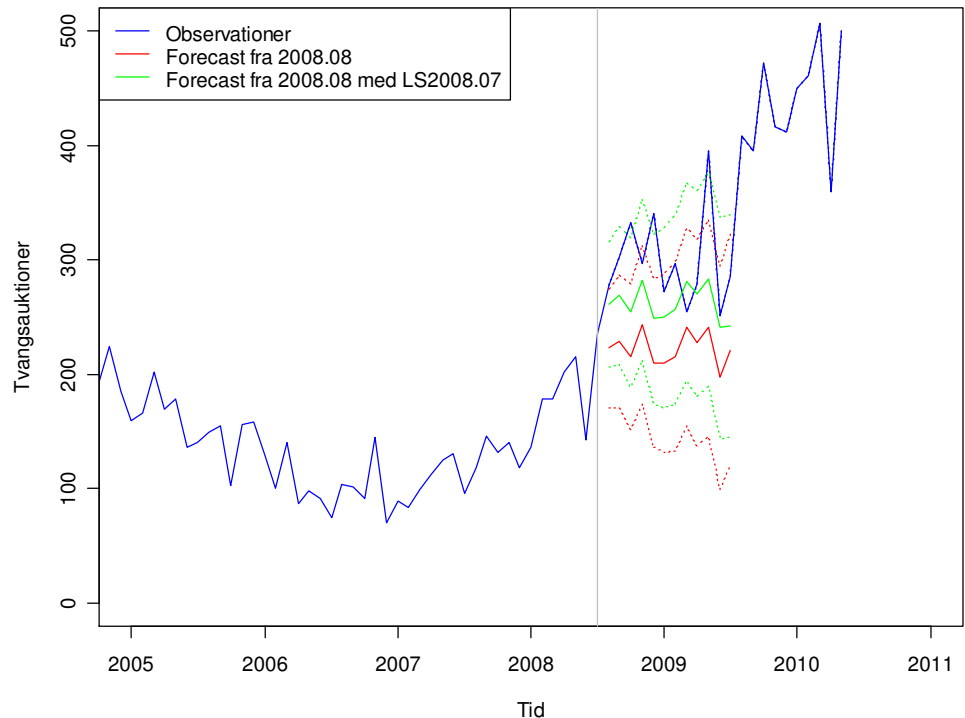
$$LS_t^{(t_0)} = \begin{cases} -1 & \text{for } t < t_0 \\ 0 & \text{for } t \geq t_0 \end{cases}$$

*Konjunkturændring som outlier bevares i den sæsonkorrigerede serie*

Det har været diskuteret hvorvidt konjunkturændringen skal opfattes som en outlier og modelleres som en sådan. Det er dog enighed om, at det kan være væsentligt at fjerne de atypiske observationer midlertidigt af hensyn til estimation af sæsonkomponent. Dette gøres netop gennem indførelsen af en outlier. Det er en vigtig pointe at outlieren kun fjernes midlertidigt fra serien, og således stadig vil findes i den sæsonkorrigerede serie.

### 3. Et lille eksempel

I nedenstående figur er vist en tidsserie med antal offentliggjorte tvangsauktioner pr. måned i Danmark frem til 2010.05 (maj måned 2010). Når vi kender hele forløbet (den blå kurve) er det let at se tilbage på det der skete i for eksempel 2008. Midt på året er der en kraftig stigning på 65 pct. fra juni til juli måned (i faktiske tal fra 143 til 236). Er dette støj eller er der tale om et niveauskift? Når vi kender hele den blå kurve er det rimeligt at kalde det for et niveauskift, men i juli 2008 kendte vi jo netop ikke hele kurven.



Den røde graf er det forecastede antal tvangsauktioner på baggrund af data frem til 2008.07, og de stiplede røde linier er grænser i et tilhørende 95 pct. prædiktionsinterval. Den grønne graf er ligeledes det forecastede antal tvangsauktioner på baggrund af data frem til 2008.07, men her er 2008.07 modelleret som en *level shift*. Det ses, at den forecastede grønne serie ligger betydeligt over den forecastede røde serie, og retrospektivt er den grønne kurve klart at foretrække.

Effekten på den sæsonkorrigerede stigning fremgår af tabellen nedenfor, hvor de sæsonkorrigerede værdier er vist for de forskellige beregninger. Når vi kender hele perioden frem til 2010.05 er stigningen fra 2008.06 til 2008.07 på 63,5 pct. Da vi kun kendte serien frem til 2008.07 var stigning på 51,0 pct. hvis vi allerede der modellerede et *level shift* i 2008.07. Uden dette level shift ville stigningen have været på 46,7 pct.

Periode	2008.05	2008.06	2008.07
Faktiske tal	215	143 (-33,5 pct.)	236 (+65,0 pct.)
SA for hele perioden	202,1	165,3 (-18,2 pct.)	270,3 (+63,5 pct.)
SA pr. 2008.07	199,9	168,9 (-15,5 pct.)	247,7 (+46,7 pct.)
SA pr. 2008.07 inkl. LS	194,3	169,1 (-12,9 pct.)	255,4 (+51,0 pct.)